

Penyelesaian Persamaan Transenden Nonlinear dengan Metode Gemechu-Thota

Riri Zarnita

Departemen Matematika, Universitas Negeri Padang

Article Info

Article history:

Received August 14, 2025

Revised November 24, 2025

Accepted December 16, 2025

Keywords:

gemechu-thota method
numerical methods
transcendental equations

Kata Kunci:

Metode Numerik
Metode Gemechu-Thota
Persamaan Transenden

ABSTRACT

Numerical methods often serve as the primary solution for approximating the roots of transcendental equations, especially when an analytical solution is infeasible. The objective of this research is to identify the roots of nonlinear transcendental equations by employing the Gemechu-Thota Method, alongside determining its rate of convergence and formulating its corresponding algorithm. This study is theoretical in nature. The procedure involves observing the relevant nonlinear transcendental equations and thoroughly examining the principles of the Gemechu-Thota method. The main advantage of this technique is its faster order of convergence, which significantly reduces the requisite number of iterations. Furthermore, an algorithm is subsequently utilized to determine the approximate roots. The findings of this research yield two distinct methods for locating the roots of nonlinear transcendental equations: the first involves the evaluation of the third derivative, and the second utilizes a modification that eliminates the need for the third derivative. Both derived methods exhibit an order of convergence of three.

ABSTRAK

Metode numerik sering menjadi solusi utama untuk menghampiri akar persamaan transenden, khususnya ketika penyelesaian analitik tidak memungkinkan. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menemukan akar persamaan transenden nonlinier menggunakan Metode Gemechu-Thota, menentukan laju kekonvergenan, dan menyusun algoritmanya. Penelitian ini bersifat teoritis. Adapun Langkah-langkahnya adalah dengan mengamati persamaan transenden nonlinier, mengkaji prinsip metode Gemechu-Thota. Keunggulan dari metode ini memiliki orde kekonvergenan yang lebih cepat sehingga bisa mengurangi jumlah iterasi. Selanjutnya digunakan juga algoritma untuk menentukan hampiran akar. Hasil dari penelitian ini diperoleh dua metode pencarian akar persamaan transenden nonlinear, metode pertama menggunakan evaluasi turunan ketiga dan yang kedua menggunakan modifikasi dari turunan ketiga sehingga tidak memanfaatkan turunan ketiga. Metode ini memiliki orde konvergensi tiga.

This is an open access article under the [CC BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



Penulis Korespondensi:

Riri Zarnita

Departemen Matematika, Universitas Negeri Padang,

Email: ririzarnita123@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Perkembangan sains dan teknologi menuntut penyelesaian secara sistematis dan terstruktur. Matematika, khususnya cabang matematika terapan, memainkan peranan penting dalam menyelesaikan masalah-masalah tersebut. Salah satu bentuk permasalahan yang sering dijumpai adalah pencarian solusi dari persamaan nonlinear, baik dalam bentuk persamaan transenden, aljabar, maupun campuran keduanya [1].

Meskipun terdapat beberapa persamaan nonlinear yang dapat diselesaikan secara analitik, banyak di antaranya, khususnya persamaan transenden yang tidak memiliki solusi eksak dan sulit diselesaikan secara simbolik. Dalam kondisi seperti ini, pendekatan numerik menjadi solusi alternatif yang efektif. Metode numerik dirancang untuk menghasilkan solusi pendekatan dari suatu masalah, dengan mempertimbangkan adanya galat atau error [2]. Suatu metode numerik dikatakan baik apabila mampu memberikan hasil yang akurat dengan galat yang kecil serta konvergensi yang cepat. Analisis numerik dibutuhkan untuk menghampiri akar persamaan transenden nonlinear tersebut [3].

Persamaan transenden adalah persamaan yang mengandung fungsi transenden seperti logaritma, eksponensial, trigonometri, dan hiperbolik [4]. Secara umum, menyelesaikan persamaan transenden jauh lebih sulit dibandingkan persamaan aljabar, karena tidak dapat direduksi secara aljabar. Dalam praktiknya, solusi eksak dari persamaan transenden sering kali tidak tersedia, sehingga diperlukan pendekatan numerik yang efisien untuk menemukan akar-akar real atau kompleks dari persamaan tersebut [1].

Metode iteratif menjadi salah satu pendekatan numerik yang paling banyak digunakan dalam pencarian akar persamaan nonlinear. Beberapa metode iteratif yang telah dikenal luas antara lain metode Bisection, Regula Falsi, Newton-Raphson, Secant, hingga metode dengan konvergensi lebih tinggi seperti Halley dan Chebyshev. Metode Newton-Raphson memiliki konvergensi orde dua, sedangkan metode Halley dan Chebyshev menawarkan konvergensi orde tiga. Dalam kondisi di mana fungsi memiliki turunan yang sangat kecil atau akar ganda, metode ini dapat mengalami perlambatan atau bahkan gagal dalam konvergensi. Selain itu, metode klasik ini juga tidak secara langsung dirancang untuk diterapkan pada sistem nonlinear multidimensi, sehingga penggunaannya terbatas pada kasus variabel tunggal dan juga kedua metode ini sangat sensitif terhadap tebakan awal yang menjadi kelemahan utamanya [5].

Mengatasi permasalahan metode Chebyshev dan Halley tersebut [6] Gemechu-Thota mengusulkan metode baru berbasis interpolasi polinomial Taylor yang dikombinasikan dengan koreksi berbasis konsep titik tetap. Metode ini mampu memberikan konvergensi orde tinggi, sambil mempertahankan stabilitas numerik yang lebih baik daripada metode klasik, dengan pendekatan yang fleksibel, metode ini dapat diperluas ke dimensi yang lebih tinggi dan lebih toleran terhadap akar ganda maupun kondisi turunan yang buruk. Metode Gemechu-Thota ini diharapkan mampu mencapai konvergensi yang lebih cepat dengan jumlah iterasi yang sedikit dalam mencari akar dari persamaan transenden nonlinear dan memberikan solusi yang lebih unggul dengan jumlah iterasi yang minimal untuk menemukan akar persamaan transenden nonlinear. Oleh karena itu, penelitian ini berfokus secara mendalam pada pembentukan formula, analisis galat, dan penyusunan algoritma Metode Gemechu-Thota untuk memastikan keunggulannya dalam menemukan akar persamaan transenden nonlinear. Metode pencarian akar pada persamaan transenden nonlinear sudah banyak diteliti sebelumnya dengan menggunakan berbagai cara. Sebagaimana yang dilakukan [7] menyajikan algoritma baru untuk menemukan akar persamaan transenden nonlinear dengan metode konvergen kuadrat yang mana memberikan konvergensi yang lebih cepat dibanding metode lainnya. [8] mengusulkan algoritma baru untuk menghitung akar riil persamaan transenden nonlinear di mana mereka menggunakan fungsi sinus invers dalam proses iteratif.

2. METODE

Penelitian ini termasuk penelitian dasar atau teoritis. Metode ini menggunakan metode studi kepustakaan yang berguna untuk mengumpulkan data dan informasi terkait permasalahan pengembangan Metode Gemechu-Thota dalam menemukan akar dari persamaan transenden nonlinear.

Adapun Langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji kompleksitas algoritma yang terkait dengan metode pencarian akar, seperti pilihan tebakan awal, dan keberadaan turunan
2. Menelaah pembentukan formula metode Gemechu-Thota dalam pencarian akar baru persamaan transenden nonlinear.
3. Menyusun algoritma untuk pembuatan program iterasi metode Gemechu-Thota.
4. Menganalisis galat dan kekonvergenan metode Gemechu-Thota dalam pencarian akar baru persamaan transenden nonlinear.
5. Menyimpulkan hasil penelitian yang di peroleh berdasarkan teori yang telah dipelajari.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Pembentukan Formula Metode Gemechu-Thota

Algoritma pembentukan metode iterasi untuk mencari akar dari persamaan transenden nonlinear $f(x) = 0$, yang mana metode gemechu-thota ini merupakan sebuah metode baru berbasis interpolasi polinomial Taylor yang dikombinasikan dengan koreksi berbasis konsep titik tetap [6].

Diasumsikan bahwa α adalah akar eksak dari $f(x) = 0$ dan x_0 adalah nilai awal atau perkiraan yang sangat dekat ke α . Dalam metode gemechu-thota, yang berbasis interpolasi polynomial taylor nonlinear dengan ekspansi taylor menggunakan pendekatan terhadap fungsi $f(x)$ di sekitar suatu titik x_0 dengan bentuk:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)(x - x_0)^2}{2!} + \dots + \frac{f^n(x - x_0)^n}{n!} \quad (1)$$

Dengan $n = 0,1,2,3, \dots$

Selanjutnya $f(x)$ di ekspansi dan potong sampai orde 3, diperoleh:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)(x - x_0)^2}{2!} + \frac{f^n(x - x_0)^3}{3!} \quad (2)$$

Misalkan $x - x_0 = h$, $x = x_0 + h$

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)h^2}{2!} + \frac{f'''(x_0)h^3}{3!} \quad (3)$$

Pada ekspansi tersebut, simbol h menunjukkan selisih antara nilai pendekatan awal x_0 dan akar sebenarnya α , sehingga $h = \alpha - x_0$

Tujuan dari penggunaan h ini adalah untuk membentuk iterasi numerik:

$$x_{n+1} = x_n + h \quad (4)$$

sehingga pendekatan x_n akan semakin mendekati akar sebenarnya α . Oleh karena itu, dalam konteks ini, h tidak hanya berfungsi sebagai parameter matematis dalam ekspansi Taylor, tetapi juga merepresentasikan nilai koreksi iteratif terhadap akar fungsi.

Misalkan x_{n+1} adalah akar-akar pendekatan iterasi ke- $n + 1$, maka dengan mensubsitusikan $x = x_{n+1}$ dan $x_0 = x_n$ ke persamaan (2) diperoleh:

$$f(x_{n+1}) = f(x_n) + f'(x_n)(x_{n+1} - x_n) + f''(x_n) \frac{(x_{n+1} - x_n)^2}{2!} + f'''(x_n) \frac{(x_{n+1} - x_n)^3}{3!} \quad (5)$$

Berdasarkan persamaan (3), maka persamaan (5) dapat diubah menjadi,

$$f(x_n + h) = f(x_n) + f'(x_n)h + f''(x_n) \frac{h^2}{2!} + f'''(x_n) \frac{h^3}{3!} \quad (6)$$

Karena $\alpha = x$ solusi dari $f(x) = 0$, maka $f(\alpha) = 0$, $f(x) = f(\alpha) = f(x_n + h) \approx 0$, sehingga persamaan dapat di tulis sebagai berikut.

$$f(x_n) + f'(x_n)h + \frac{1}{2}f''(x_n)h^2 + \frac{1}{6}f'''(x_n)h^3 \approx 0 \quad (7)$$

Selanjutnya, mengisolasi suku-suku yang mengandung perbedaan h di sisi kiri persamaan. Ini dilakukan dengan memindahkan suku $f(x_n)$ dan suku orde ketiga $\frac{1}{6}f''(x_n)h^3$ ke sisi kanan persamaan. Akibatnya, tanda di depan kedua suku tersebut berubah menjadi negatif, dan suku-suku sisanya yang mengandung h tetap berada di sisi kiri.

$$f'(x_n)h + \frac{1}{2}f''(x_n)h^2 = -\left[f(x_n) + \frac{1}{6}f''(x_n)h^3\right] \quad (8)$$

Selanjutnya, kita faktorkan h pada ruas kiri persamaan (8) sehingga di peroleh,

$$h\left[f'(x_n) + \frac{1}{2}f''(x_n)h\right] = -\left[f(x_n) + \frac{1}{6}f''(x_n)h^3\right] \quad (9)$$

Kemudian, bagi kedua ruas dengan $\left[f'(x_n) + \frac{1}{2}f''(x_n)h\right]$ pada persamaan (9) maka di peroleh

$$h = \frac{-\left[f(x_n) + \frac{1}{6}f''(x_n)h^3\right]}{\left[f'(x_n) + \frac{1}{2}f''(x_n)h\right]} \quad (10)$$

Selanjutnya, untuk menyederhanakan pecahan pada penyebut di persamaan (10) kalikan dengan $\frac{2}{2}$, maka di peroleh,

$$h = \frac{-2\left[f(x_n) + \frac{1}{6}f''(x_n)h^3\right]}{[2f'(x_n) + f''(x_n)h]} \quad (11)$$

Kemudian, kita gunakan rumus modifikasi iterasi newton [9] dan [10] $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{u(x_n)}$, dimana $u(x_n) = f'(x_n) - f(x_n)$. Sehingga $h = -\frac{f(x_n)}{u(x_n)}$

$$h = \frac{-2\left[f(x_n) + \frac{1}{6}\left(-\frac{f(x_n)}{u(x_n)}\right)^3 f'''(x_n)\right]}{\left[2f'(x_n) + \left(-\frac{f(x_n)}{u(x_n)}\right)f''(x_n)\right]} \quad (12)$$

Kalikan pembilang dan penyebut pada persamaan (12) dengan $u(x_n)$

$$h = \frac{-2u(x_n)\left[f(x_n) + \frac{1}{6}\left(-\frac{f(x_n)}{u(x_n)}\right)^3 f'''(x_n)\right]}{[2f'(x_n)u(x_n) - f(x_n)f''(x_n)]} \quad (13)$$

Selanjutnya, Ganti $u(x_n) = f'(x_n) - f(x_n)$ pada persamaan (13), persamaan menjadi,

$$h = \frac{-2[f'(x_n) - f(x_n)]\left[f(x_n) + \frac{1}{6}\frac{f(x_n)^3}{(f'(x_n) - f(x_n))^3}f'''(x_n)\right]}{[2f'(x_n)[f'(x_n) - f(x_n)] - f(x_n)f''(x_n)]} \quad (14)$$

Kemudian, substitusikan persamaan (14) ke persamaan (4), sehingga diperoleh rumus iterasi dari metode Gemechu-Thota yang pertama,

$$x_{n+1} = x_n - \frac{2[f'(x_n) - f(x_n)]\left[f(x_n) - \frac{1}{6}\frac{f(x_n)^3}{(f'(x_n) - f(x_n))^3}f'''(x_n)\right]}{[2f'(x_n)[f'(x_n) - f(x_n)] - f(x_n)f''(x_n)]} \quad (15)$$

Kemudian, kita akan memodifikasi rumus iterasi dari metode Gemechu-Thota yang pertama atau persamaan (15) supaya tidak memakai turunan ketiga dari fungsi sesuai dengan [6] dapat kita misalkan

$$f'''(x_n) = \frac{f'(x_n)f''(x_n)}{f(x_n)} \quad (16)$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{2[f'(x_n) - f(x_n)] \left[f(x_n) - \frac{1}{6} \frac{f(x_n)^3}{(f'(x_n) - f(x_n))^3} \frac{f'(x_n)f''(x_n)}{f(x_n)} \right]}{[2f'(x_n)[f'(x_n) - f(x_n)] - f(x_n)f''(x_n)]} \quad (17)$$

Kemudian persamaan (17) operasikan secara aljabar biasa, Sehingga di dapatkan rumus iterasi dari metode Gemechu-Thota yang kedua sebagai berikut:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{2[f'(x_n) - f(x_n)] \left[f(x_n) - \frac{1}{6} \frac{f^2(x_n)f'(x_n)f''(x_n)}{[f'(x_n) - f(x_n)]^3} \right]}{[2f'(x_n)[f'(x_n) - f(x_n)] - f(x_n)f''(x_n)]} \quad (18)$$

3.2. Analisis konvergensi Metode Gemechu-Thota

Deret Taylor dapat digunakan untuk mengetahui orde kekonvergenan dari metode Gemechu-Thota dengan ekspansi disekitar α yang merupakan solusi dari $f(x) = 0$, yaitu:

$$f(x_n) = f(\alpha) + \frac{f'(\alpha)(x_n - \alpha)}{1!} + \frac{f''(\alpha)(x_n - \alpha)^2}{2!} + \frac{f'''(\alpha)(x_n - \alpha)^3}{3!} + O(x_n - \alpha)^4 \quad (19)$$

karena $\alpha = x$ solusi dari $f(x)$ maka $f(\alpha) = 0$ dan misalkan $x_n - \alpha = e_n$, maka persamaan (19) menjadi,

$$f(x_n) = \frac{f'(\alpha)e_n}{1!} + \frac{f''(\alpha)e_n^2}{2!} + \frac{f'''(\alpha)e_n^3}{3!} + Oe_n^4 \quad (20)$$

Persamaan (20) dapat diubah menjadi

$$f(x_n) = f'(\alpha) \left\{ e_n + \frac{f''(\alpha)e_n^2}{2! f'(\alpha)} + \frac{f'''(\alpha)e_n^3}{3! f'(\alpha)} + O(e_n^4) \right\} \quad (21)$$

Selanjutnya untuk menyederhanakan persamaan (21) dimisalkan $c_j = \frac{1}{j!} \frac{f^{(j)}(\alpha)}{f'(\alpha)}$, dimana $j = 1, 2, \dots$ sehingga persamaannya menjadi:

$$f(x_n) = f'(\alpha) \{ e_n + c_2 e_n^2 + c_3 e_n^3 + O(e_n^4) \} \quad (22)$$

Selanjutnya dengan langkah yang sama, ekspansi $f'(x_n)$ disekitar α dengan deret taylor,

$$f'(x_n) = f'(\alpha) (1 + 2c_2 e_n + 3c_3 e_n^2 + 4c_4 e_n^3 + O(e_n^4)) \quad (23)$$

Jika $f''(x_n)$ di ekspansi taylor disekitar α , maka diperoleh:

$$f''(x_n) = (2c_2 + 6c_3 e_n + 12c_4 e_n^2 + O(e_n^3)) \quad (24)$$

Jika $f'''(x_n)$ di ekspansi taylor disekitar α , maka diperoleh:

$$f'''(x_n) = f'(\alpha) \{ (6c_3 + 24c_4 e_n + O(e_n^2)) \} \quad (25)$$

Pada bentuk metode iterasi Gemechu-Thota yang pertama persamaan (15) yang memiliki pembilang dan penyebut, untuk memudahkan perhitungan dimisalkan pembilang (N) dan penyebut (D).

Untuk lebih memudahkan perhitungan, di analisis pembilang dan penyebut secara terpisah. Dimana hubungan galatnya adalah

$$e_{n+1} = e_n - \frac{N}{D} \quad (26)$$

Langkah pertama, analisis penyebut (D), dimana

$$D = [2f'(x_n)u(x_n) - f(x_n)f''(x_n)] \quad (27)$$

Selanjutnya pisahkan semua suku-suku pada penyebut $u(x_n)$, $2f'(x_n)(u(x_n))$, dan $f(x_n)f''(x_n)$, sehingga

Persamaan (23) dan (22) dikurangkan untuk mencari $u(x_n)$ dimana $u(x_n) = f'(x_n) - f(x_n)$

$$u(x_n) = f(\alpha)[1 + (2c_2 - 1)e_n + (3c_3 - c_2)e_n^2 + O(e_n^3)] \quad (28)$$

Persamaan (23) dan (28) dikalikan, selanjutnya dikalikan dengan 2 untuk mencari $2f'(x_n)(u(x_n))$

$$2f'(x_n)(u(x_n)) = 2f'(\alpha)^2[1 + (4c_2 - 1)e_n + O(e_n^2)] \quad (29)$$

Persamaan (22) dan (24) dikalikan untuk mencari $f(x_n)f''(x_n)$ sehingga diperoleh:

$$f(x_n)f''(x_n) = 2f'(\alpha)^2[2c_2e_n + O(e_n^2)] \quad (30)$$

Selanjutnya, substitusikan persamaan (29), (30) ke persamaan (27), sehingga diperoleh:

$$D = f'(\alpha)^2[2 + (6c_2 - 2)e_n + O(e_n^2)] \quad (31)$$

Langkah kedua, analisis pembilang (N)

$$N = -2u(x_n) \left[f(x_n) + \frac{1}{6} \left(-\frac{f(x_n)}{u(x_n)} \right)^3 f'''(x_n) \right] \quad (32)$$

Selanjutnya kita pisahkan suku- suku pada persamaan (32), sebagai berikut,

Ekspansi suku koreksi dalam kurung siku $\left[\frac{1}{6} \left(-\frac{f(x_n)}{u(x_n)} \right)^3 f'''(x_n) \right]$,

$$\left[\frac{1}{6} \left(-\frac{f(x_n)}{u(x_n)} \right)^3 f'''(x_n) \right] = -c_3f'(\alpha)e_n^3 + O(e_n^4) \quad (33)$$

Kemudian, hitung suku dalam kurung siku $\left[f(x_n) + \frac{1}{6} \left(-\frac{f(x_n)}{u(x_n)} \right)^3 f'''(x_n) \right]$, yaitu $f(x_n)$ – suku koreksi dalam kurung siku

$$\left[f(x_n) - \frac{1}{6} \left(\frac{f(x_n)}{u(x_n)} \right)^3 f'''(x_n) \right] \approx f'(\alpha)[e_n + c_2e_n^2 + O(e_n^4)] \quad (34)$$

Selanjutnya substitusikan persamaan (29) dan (34) ke persamaan (32), sehingga diperoleh:

$$N \approx f'(\alpha)[e_n + c_2e_n^2 + O(e_n^4)] \quad (35)$$

Kemudian, substitusikan persamaan (31) dan (35) ke persamaan (26), sehingga diperoleh:

$$e_{n+1} \approx e_n - \frac{-2f'(\alpha)^2[e_n + (3c_2 - 1)e_n^2 + O(e_n^3)]}{f'(\alpha)^2[2 + (6c_2 - 2)e_n + O(e_n^2)]}$$

$$e_{n+1} \approx e_n - \frac{e_n + (3c_2 - 1)e_n^2 + O(e_n^3)}{1 + (3c_2 - 1)e_n + O(e_n^2)} \quad (36)$$

Untuk menyederhanakan persamaan (36), dapat diselesaikan dengan menggunakan identitas deret geometri $\frac{1}{1+t} = 1 - t + \dots$ dengan memisalkan

$$t = (3c_2 - 1)e_n$$

Sehingga,

$$\frac{e_n + (3c_2 - 1)e_n^2}{1 + (3c_2 - 1)e_n} \approx [(3c_2 - 1)e_n][1 - (3c_2 - 1)e_n + O(e_n^3)]$$

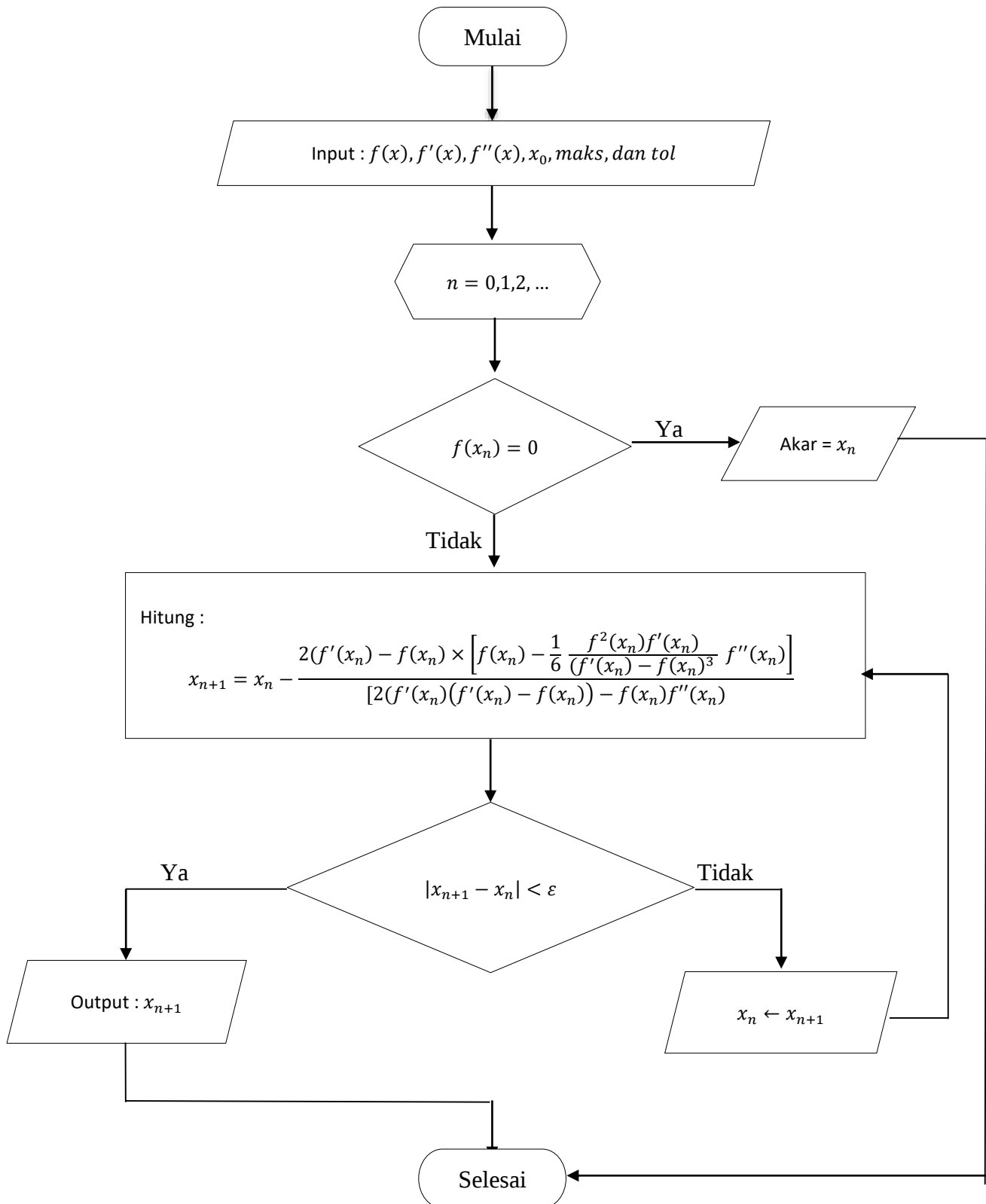
$$= e_n + O(e_n^3) \quad (37)$$

Substitusikan persamaan (37) ke persamaan (36), sehingga di peroleh:

$$e_{n+1} \approx e_n - [e_n + O(e_n^3)] = O(e_n^3) \quad (38)$$

Persamaan (38) merupakan orde konvergensi dari persamaan (15), yaitu berorde tiga.

3.3. Algoritma Metode Gemechu-Thota



Gambar 1. Diagram Alir Metode Gemechu-Thota

Algoritma dari metode Gemechu-Thota ini terjadi dalam 3 tahap yaitu Tahap pertama yaitu masukan fungsi transenden nonlinear $f(x)$, turunan pertama $f'(x)$, turunan kedua $f''(x)$, tentukan nilai awal/tebakan awal (x_0), maksimal iterasi (*maks*) dan toleransi error yang diinginkan. Tahap kedua adalah proses, Selanjutnya, algoritma masuk ke dalam proses iterasi. Pada setiap iterasi, nilai x_n diperiksa. Jika $f(x_n) = 0$, maka x_n adalah akar yang ditemukan dan proses selesai. Namun, jika $f(x_n) \neq 0$, algoritma akan menghitung nilai x_{n+1} menggunakan rumus iterasi yang diberikan. Setelah x_{n+1} dihitung, algoritma akan memeriksa konvergensi dengan membandingkan selisih absolut antara x_{n+1} dan x_n dengan toleransi yang telah ditentukan, $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$. Jika selisihnya lebih kecil dari toleransi, berarti nilai sudah cukup akurat dan x_{n+1} dianggap sebagai akar, lalu proses selesai. Jika selisihnya masih lebih besar dari toleransi, maka nilai x_{n+1} akan ditetapkan sebagai x_n untuk iterasi berikutnya, dan proses berulang hingga syarat konvergensi terpenuhi atau jumlah iterasi maksimum tercapai. Tahapan ketiga adalah keluaran, yaitu berupa akar. Untuk diagram alir dapat dilihat pada Gambar 1.

3.4. Contoh Penerapan Metode Gemechu-Thota

Beberapa persamaan untuk menguji efisiensi metode Gemechu-Thota (MGT) persamaan (15) dan (18) dan perbandingan hasil yang diperoleh dengan metode Newton (MN), metode Chebyshev (MCH). Penerapan metode Gemechu-Thota di simulasikan dalam program bahasa C++ dengan kriteria pemberhentian yaitu mencapai *maximum* iterasi $M = 100$ dan batas toleransi galat $\varepsilon = 10^{-7}$.

1. Hasil simulasi numerik untuk persamaan $6x - 2 \cos x = 2$, dengan nilai awal $x_0 = 1$ dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Perbandingan Solusi akar dari $f(x) = 6x - 2 \cos x - 2$, dengan $x_0 = 1$

Iterasi	Akar			
	MN	MGT (15)	MGT (18)	MCH
1	0,620015922	0,6118649112	0,607554249	0,609861886
2	0,607106581	0,6071016567	0,607101656	0,607101649
3	0,6071016481	-	0,607101648	0,607101648

2. Hasil simulasi numerik untuk persamaan $e^{-x} - x = 0$, dengan tiga macam tebakan awal, yaitu $x_0 = 0.5$, $x_0 = 1.0$, dan $x_0 = 1.05$ dapat dilihat berturut-turut pada Tabel 2, Tabel 3, dan Tabel 4.

Tabel 2. Perbandingan Solusi akar dari $f(x) = e^{-x} - x$, dengan $x_0 = 0,5$

Iterasi	Akar			
	MN	MGT (15)	MGT (18)	MCH
1	0,5663110	0,567159017	0,5668678	0,5671411
2	0,5671432	0,5671432904	0,5671433	0,5671433
3	0,5671433	-	0,5671433	0,5671433
4	0,5671433	-	-	-

Tabel 3. Perbandingan Solusi akar dari $f(x) = e^{-x} - x$ dengan $x_0 = 1.0$

Iterasi	Akar			
	MN	MGT (15)	MGT (18)	MCH
1	0,5663110	0,61122292772	0,5668678	0,5671411
2	0,5671432	0,56716264967	0,5671433	0,5671433
3	0,5671433	0,56714329041	0,5671433	0,5671433
4	0,5671433	-	-	-

Tabel 4. Perbandingan Solusi akar dari $f(x) = e^{-x} - x$ dengan $x_0 = 1.05$

Iterasi	Akar			
	MN	MGT (42)	MGT (46)	MCH
1	0,5663110	0,567159017	0,5668678	0,5671411
2	0,5671432	0,5671432904	0,5671433	0,5671433
3	0,5671433	-	0,5671433	0,5671433
4	0,5671433	-	-	-

4. KESIMPULAN

Pada jurnal ini, metode Gemechu-Thota menerapkan konsep interpolasi polinomial Taylor dan istilah koreksi kesalahan dengan konsep titik tetap. Teknik koreksi ini diterapkan pada Taylor orde tiga atau *cubic model* untuk mempengaruhi konvergensi. Metode ini menghasilkan dua rumus iterasi, yaitu yang pertama menggunakan evaluasi turunan ketiga dan yang kedua modifikasi turunan ketiga sehingga tidak menggunakan evaluasi turunan ketiga. Metode ini mempunyai orde kekonvergenan tiga.

REFERENSI

- [1] O. Paulina Maure and H. Tulan, "Studi Komparasi Beberapa Metode Numerik Dalam Mengaproksimasi Akar-Akar Persamaan Non Linear," *Asimtot J. Kependidikan Mat.*, vol. 6, no. 01, pp. 1–12, 2024, doi: 10.30822/asimtot.v6i01.4008.
- [2] I. K. A. Atmika, *Metode Numerik*, vol. 1, no. August, 2016.
- [3] F. G. I. Santoso, "Analisis Perbandingan Metode Numerik Dalam Menyelesaikan Persamaan-Persamaan Serentak," *Widya War.*, vol. 35, no. 1, pp. 19–39, 2011.
- [4] Rinaldi Munir, *Metode Numerik*, Edisi ke-4, 2015.
- [5] A. K. Melsi, "Penentuan Akar Persamaan Tak Linear dengan Metode Modifikasi Chebyshev-Hally," 2020.
- [6] T. Gemechu and S. Thota, "On New Root Finding Algorithms for Solving Nonlinear Transcendental Equations," *Int. J. Chem. Math. Phys.*, vol. 4, no. 2, pp. 18–24, 2020, doi: 10.22161/ijcmp.4.2.1.
- [7] S. Thota and V. K. Srivastav, "Quadratically convergent algorithm for computing real root of non-linear transcendental equations," *BMC Res. Notes*, vol. 11, no. 1, pp. 1–6, 2018, doi: 10.1186/s13104-018-4008-z.
- [8] V. K. Srivastav, S. Thota, and M. Kumar, "A New Trigonometrical Algorithm for Computing Real Root of Non-linear Transcendental Equations," *Int. J. Appl. Comput. Math.*, vol. 5, no. 2, 2019, doi: 10.1007/s40819-019-0600-8.
- [9] M. A. Noor, F. A. Shah, K. I. Noor, and E. Al-Said, "Variational iteration technique for finding multiple roots of nonlinear equations," *Sci. Res. Essays*, vol. 6, no. 6, pp. 1344–1350, 2011, doi: 10.5897/SRE10.1057.
- [10] G. Gunawan, "The MULTIPLISITAS NEWTON DAN TITIK TETAP ATRAKTIF DALAM MENENTUKAN KEKONVERGENAN," *J. Ilm. Matrik*, vol. 22, no. 3, pp. 333–338, 2020, doi: 10.33557/jurnalmatrik.v22i3.1107.