

Analisis Kestabilan Model Matematika SEIRE Kecanduan Game Online

Yoga Ananda Fadli, Riry Sriningsih

Departemen Matematika, Universitas Negeri Padang

Article Info

Article history:

Received August 13, 2025

Revised January 16, 2025

Accepted February 04, 2026

Keywords:

SEIRE Model

Online Game Addiction

Stability Analysis

Basic Reproduction Number

Kata Kunci:

Model SEIRE

Kecanduan Game online

Analisis Kestabilan

Bilangan Reproduksi Dasar

ABSTRACT

The rapid development of online games has led to addiction or Internet Gaming Disorder (IGD), which is recognized as a serious behavioral disorder. This study aims to analyze the spread of online gaming addiction using a mathematical modeling approach by constructing a compartmental model, analyzing its stability, and determining and interpreting the threshold value of the spread. A literature review method was used with a modification of the compartmental model for a population aged 12-22 years. The analysis included determining two equilibrium conditions (addiction-free and addiction-endemic), which were analyzed using linearization and numerical simulation. The results show that the addiction-free equilibrium is stable when the basic reproduction number is less than one, meaning that addiction can eventually disappear from the population. Conversely, when the value becomes greater than one, addiction will persist and become endemic.

ABSTRAK

Perkembangan pesat *game online* menimbulkan kecanduan atau *Internet Gaming Disorder* (IGD), yang diakui sebagai gangguan perilaku serius. Penelitian ini bertujuan menganalisis penyebaran kecanduan *game online* menggunakan pendekatan pemodelan matematika dengan membentuk model kompartemen, menganalisis kestabilan, serta menentukan dan menginterpretasikan nilai ambang batas penyebaran. Metode studi literatur digunakan dengan modifikasi model kompartemen untuk populasi berusia 12-22 tahun. Analisis mencakup penentuan dua kondisi ekulibrium (bebas kecanduan dan endemik kecanduan), yang dianalisis menggunakan linearisasi, dan simulasi numerik. Hasil menunjukkan bahwa keseimbangan bebas kecanduan stabil ketika angka reproduksi dasar kurang dari satu, artinya kecanduan pada akhirnya dapat menghilang dari populasi. Sebaliknya, ketika nilainya menjadi lebih besar dari satu, kecanduan akan tetap ada dan menjadi endemik.

This is an open access article under the [CC BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license.



Penulis Korespondensi:

Yoga Ananda Fadli

Departemen Matematika, Universitas Negeri Padang,

Email: anandayoga807@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi digital yang berlangsung sangat pesat telah memberikan pengaruh luas terhadap berbagai sisi kehidupan manusia, mulai dari bidang hiburan, pendidikan, komunikasi, hingga pola interaksi sosial. Salah satu bentuk hiburan digital yang mengalami perkembangan pesat adalah *game online*. Permainan ini menyajikan pengalaman bermain yang imersif dan interaktif, tetapi juga memiliki tingkat aksesibilitas yang tinggi karena dapat dimainkan melalui berbagai

perangkat, seperti komputer, konsol, dan ponsel pintar [1]. Berbagai genre seperti *Multiplayer Online Battle Arena* (MOBA), *battle royale*, *role-playing*, dan *e-sports* telah menjadikan *game online* semakin populer, terutama di kalangan remaja dan mahasiswa.

Namun, di balik manfaatnya, muncul tantangan baru berupa kecanduan *game online* atau yang dikenal sebagai *Internet Gaming Disorder* (IGD). WHO telah mengklasifikasikan IGD sebagai gangguan mental yang tercantum dalam *International Classification of Diseases* (ICD-11), dengan ciri utama berupa perilaku bermain *game* secara berlebihan dan tidak terkendali, yang berdampak negatif terhadap kehidupan sosial, akademik, dan kesehatan [2]. Sebagai salah satu negara dengan jumlah pemain *game online* terbesar di Asia Tenggara, Indonesia menghadapi tantangan serius dalam menangani dampak IGD. Data menunjukkan bahwa mayoritas pengguna *game online* berasal dari kelompok usia muda, yakni rentang usia 12 hingga 24 tahun. Survei menyebutkan bahwa sekitar 10,15% remaja di Indonesia telah terindikasi mengalami kecanduan *game online* [3], dengan banyak di antaranya menghabiskan waktu bermain selama ≤ 21 jam per minggu [4]. Kecanduan ini tidak hanya dipengaruhi oleh faktor dari dalam *game* seperti siklus penghargaan dan dunia imersif, tetapi juga oleh tekanan psikologis dari kehidupan nyata, seperti stres atau rendahnya harga diri [5]. Akibatnya, kecanduan *game online* dapat mengganggu keseimbangan hidup secara menyeluruh, termasuk menurunnya prestasi akademik, kualitas relasi sosial, hingga kesehatan mental dan fisik [6].

Permasalahan yang menjadi fokus utama adalah bagaimana mengkaji pola penyebaran kecanduan *game online* secara terstruktur, terutama pada kelompok remaja. Untuk menjawab permasalahan tersebut, digunakan pemodelan matematika sebagai pendekatan yang dianggap tepat. Pemodelan matematika telah lama dimanfaatkan dalam bidang epidemiologi untuk mempelajari dinamika penyebaran penyakit menular, dan konsep yang sama dapat diterapkan dalam memodelkan penyebaran perilaku adiktif, seperti kecanduan *game online* [7]. Beberapa penelitian sebelumnya telah mengembangkan model SEIR dan SEIRS dalam konteks kecanduan *game online*, seperti yang dilakukan oleh [8] dan [9]. Namun, belum ada yang secara khusus mengembangkan model SEIRE (*Susceptible-Exposed-Infected-Recovered-Exposed*), yang mempertimbangkan kemungkinan individu yang telah sembuh dari kecanduan dapat kembali terpapar atau mengalami kekambuhan tanpa kembali ke keadaan rentan terlebih dahulu.

Berdasarkan kondisi tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan serta menganalisis model matematika SEIRE untuk menggambarkan dinamika penyebaran kecanduan *game online* pada populasi usia 12–22 tahun. Model ini digunakan untuk mengidentifikasi titik-titik ekuilibrium serta kestabilannya, dan menghitung Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) sebagai indikator kritis dalam penyebaran kecanduan. Melalui pendekatan ini, diharapkan hasil penelitian dapat memberikan kontribusi teoritis sekaligus menjadi dasar penyusunan kebijakan intervensi yang lebih efektif untuk mengatasi kecanduan terhadap *game online* di kalangan remaja Indonesia.

2. METODE

Penelitian ini merupakan penelitian bersifat kuantitatif dan teoretis yang menggunakan pendekatan pemodelan matematika. Penelitian ini menggunakan model SEIRE yang dimodifikasi dengan faktor relapse dan pemulihan dini. Tahapan penelitian meliputi studi kepustakaan sebagai dasar perumusan model, dilanjutkan dengan analisis matematis (titik ekuilibrium, Bilangan Reproduksi Dasar R_0 , dan kestabilan matriks Jacobi), serta simulasi numerik menggunakan metode Euler untuk memvalidasi hasil analisis. Tujuannya adalah agar Peneliti dapat menyelesaikan permasalahan serta menarik kesimpulan yang relevan.

Penelitian ini dilaksanakan melalui beberapa tahapan, yaitu:

- Melakukan identifikasi masalah yang akan dikaji dalam penelitian ini, yakni kecanduan *game online*.
- Melakukan pengumpulan dan pengkajian literatur yang relevan mengenai model matematika SEIRE untuk kasus kecanduan *game online*.
- Menentukan asumsi, variabel, dan parameter.

- d. Membentuk model matematika SEIRE untuk menggambarkan dinamika kecanduan *game online*.
- e. Melakukan analisis kestabilan terhadap model matematika SEIRE kecanduan *game online*
- f. Melakukan simulasi numerik model matematika kecanduan *game online*
- g. Memberikan interpretasi terhadap hasil analisis kestabilan model matematika SEIRE kecanduan *game online*
- h. Membuat kesimpulan

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Pembentukan Model Matematika Kecanduan *Game Online*

Penelitian ini menganalisis dinamika penyebaran kecanduan *game online* pada kelompok usia 12–22 tahun yang rentan akibat tingginya akses teknologi, pengaruh teman sebaya, dan karakteristik psikologis usia perkembangan. Model yang digunakan merupakan modifikasi model epidemiologi SEIR dengan empat kompartemen: *Susceptible* (S), *Exposed* (E), *Infected* (I), dan *Recovered* (R) [8]. Modifikasi dilakukan dengan menambahkan transisi langsung dari E ke R untuk merepresentasikan keberhasilan kontrol diri atau dukungan sosial, serta jalur relapse dari R ke E yang mencerminkan tahapan paparan ulang sebelum kemungkinan berkembang kembali menjadi kecanduan. Pendekatan ini memungkinkan analisis yang lebih terarah terhadap mekanisme kecanduan *game online*. Penyesuaian model ini memberikan representasi yang lebih realistis terhadap dinamika kecanduan *game online* pada kelompok usia 12–22 tahun.

Asumsi-asumsi pada model matematika kecanduan *game online* adalah sebagai berikut:

1. Laju rekrutmen individu yang memasuki populasi (yakni bertambah usia hingga mencapai 12 tahun) dan laju keluarnya individu dari populasi (karena bertambah usia melebihi 22 tahun) diasumsikan sama besar dan bersifat konstan.
2. Populasi dianggap bersifat tertutup, sehingga perubahan jumlah individu dalam populasi hanya disebabkan oleh laju rekrutmen dan keluarnya individu dari kelompok usia 12–22 tahun.
3. Kompartemen kecanduan (I) adalah satu-satunya kelompok yang dapat mempengaruhi kompartemen rentan (S) untuk mulai bermain *game online*.

Tabel 1. Daftar Variabel pemodelan

Variabel	Keterangan	Satuan
$S(t)$	Jumlah individu berusia 12 – 22 tahun yang rentan (<i>Susceptible</i>) pada waktu t dan belum pernah bermain <i>game online</i>	Individu
$E(t)$	Jumlah individu berusia 12 – 22 tahun yang terpapar (<i>Exposed</i>) pada waktu t , yaitu mereka sudah mulai bermain <i>game online</i> namun belum menunjukkan tanda kecanduan	Individu
$I(t)$	Jumlah individu berusia 12 – 22 tahun yang kecanduan (<i>Infected</i>), ditunjukkan dengan perilaku bermain <i>game online</i> berlebihan, sulit mengendalikan waktu bermain, atau mengalami gangguan aktivitas harian pada waktu	Individu
$R(t)$	Jumlah individu berusia 12 – 22 tahun yang sembuh (<i>Recovered</i>) dari kecanduan pada waktu t	Individu
t	Waktu	Tahun

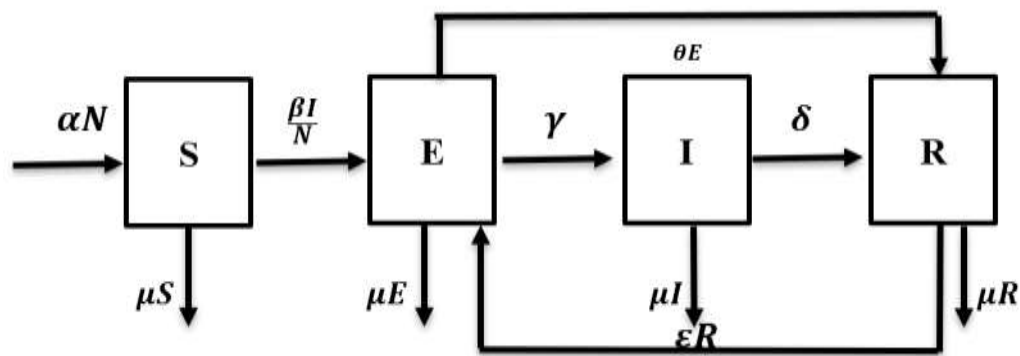
4. Individu dalam kompartemen terpapar (E) memiliki dua kemungkinan jalur perkembangan perilaku. Pertama, individu ini dapat melanjutkan ke fase kecanduan (I) jika frekuensi bermain meningkat dan mulai mengganggu aktivitas sehari-hari. Kedua, individu bisa langsung masuk ke fase pulih (R) tanpa mengalami kecanduan, misalnya adanya kesadaran berhenti bermain *game* atau akibat faktor *eksternal* seperti adanya aturan orang tua, aturan sekolah atau adanya kesibukan lain.
5. Individu yang berada pada kompartemen sembuh (R) dapat kembali ke kompartemen terpapar (E) karena pengaruh lingkungan, seperti ajakan dari teman sebaya, kurangnya

pengawasan dari orang tua dan ketersediaan fasilitas serta kemudahan dalam mengakses *game online*.

6. Setiap individu dalam subpopulasi dianggap memiliki peluang dan akses yang sama untuk berinteraksi serta bermain *game online*.

Tabel 2. Parameter Model Matematika Kecanduan *Game online*

Parameter	Keterangan	Satuan
α	Laju rekrutmen, yaitu laju individu yang memasuki kelompok usia 12 tahun (bertambah usia)	Individu/tahun
μ	Laju keluar, yaitu laju individu yang meninggalkan kelompok usia 22 tahun (bertambah usia)	Individu/tahun
β	Tingkat kontak efektif yang menyebabkan penularan kecanduan dari individu <i>I</i> ke <i>S</i> melalui pengaruh sosial	Individu/tahun
γ	Laju transisi dari individu terpapar (E) menjadi kecanduan (I).	Individu/tahun
δ	Laju pemulihan dari individu kecanduan (I) menjadi individu sembuh (R)	Individu/tahun
ε	Laju relaps (kambuh), dimana individu (R) Kembali ke tahap terpapar (E).	Individu/tahun
θ	Laju pemulihan dini, dimana individu terpapar (E) memutuskan berhenti dan menjadi sembuh (R) sebelum kecanduan.	Individu/tahun



Gambar 1. Diagram Alir Model SEIRE

Merujuk pada Gambar 1, diperoleh sistem persamaan diferensial sebagai dasar dalam pelaksanaan analisis kestabilan dan simulasi numerik terhadap dinamika populasi pada kelompok usia 12–22 tahun sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \alpha N - \frac{\beta IS}{N} - \mu S \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta IS}{N} + \varepsilon R - (\gamma + \theta + \mu)E \quad (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \gamma E - (\delta + \mu)I \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \delta I + \theta E - (\varepsilon + \mu)R \quad (4)$$

3.2. Analisis Model Matematika Kecanduan *Game Online*

Suatu titik dikatakan sebagai titik ekuilibrium apabila memenuhi persamaan diferensial pada kondisi laju perubahannya sama dengan nol [10]:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{dI}{dt} = \frac{dR}{dt} = 0$$

Sehingga diperoleh sistem persamaan aljabar berikut:

$$\alpha N - \frac{\beta IS}{N} - \mu S = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\beta IS}{N} + \varepsilon R - (\gamma + \theta + \mu)E = 0 \quad (6)$$

$$\gamma E - (\delta + \mu)I = 0 \quad (7)$$

$$\delta I + \theta E - (\varepsilon + \mu)R = 0 \quad (8)$$

3.2.1 Titik Ekuilibrium Bebas Kecanduan (B_0)

Titik ekuilibrium bebas kecanduan adalah keadaan ketika belum ada individu yang terpapar maupun kecanduan *game online* dalam populasi. Sehingga dapat disimpulkan $E = 0$ dan $I = 0$.

Dari persamaan (5), diperoleh:

$$\begin{aligned} \alpha N - \frac{\beta IS}{N} - \mu S &= 0 \\ \alpha N - \frac{\beta(0)S}{N} - \mu S &= 0 \\ \alpha N &= \mu S \end{aligned}$$

Mengingat pada kondisi bebas kecanduan seluruh populasi adalah rentan ($S=N$), maka:

$$\alpha = \mu$$

Dari persamaan (8), diperoleh:

$$\begin{aligned} \delta I + \theta E - (\varepsilon + \mu)R &= 0 \\ \delta(0) + \theta(0) - (\varepsilon + \mu)R &= 0 \\ R &= 0 \end{aligned}$$

Sehingga koordinat titik euqilibrium bebas kecanduan adalah $E_0 = (S_0, E_0, I_0, R_0) = (N, 0, 0, 0)$.

3.2.2 Titik Ekuilibrium Endemik (B_1)

Titik ekuilibrium B_1 pada model matematika kecanduan *game online* menunjukkan adanya kondisi di mana selalu terdapat individu yang mengalami kecanduan dalam suatu populasi [12]. Sehingga dapat dituliskan $S > 0, E > 0, I > 0$, dan $R > 0$

Misalkan $S = S^*, E = E^*, I = I^*$, dan $R = R^*$

Dari persamaan (7), diperoleh:

$$E = \frac{(\delta + \mu)I}{\gamma} \quad (9)$$

Dari persamaan (9) dapat diperoleh nilai E^* dengan mesubstitusikan beberapa persamaan sebelumnya, dimana bisa didapatkan rasio $\frac{R}{I}$ dan nilai dari I^* .

$$E^* = I^* \left(\frac{(\delta + \mu)}{\gamma} \right) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{R}{I} &= \frac{\delta\gamma + \theta(\delta + \mu)}{\gamma(\varepsilon + \mu)} \\ R^* &= I^* \left(\frac{\delta\gamma + \theta(\delta + \mu)}{\gamma(\varepsilon + \mu)} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

Sehingga diperoleh titik endemik model kecanduan *game online* yaitu:

$$S^* = \frac{\mu N}{\beta} \left(1 + \frac{\delta + \mu}{\gamma} + \frac{1}{\varepsilon + \mu} \left(\delta + \frac{\theta(\delta + \mu)}{\gamma} \right) \right) \quad (12)$$

$$E^* = \frac{(\delta + \mu)I^*}{\gamma} \quad (13)$$

$$I^* = \frac{N - S^*}{\left(1 + \frac{(\delta + \mu)}{\gamma} + \frac{1}{\varepsilon + \mu} \left(\delta + \frac{\theta(\delta + \mu)}{\gamma} \right) \right)} \quad (14)$$

$$R^* = \frac{I^*}{\varepsilon + \mu} \left(\delta + \frac{\theta(\delta + \mu)}{\gamma} \right) \quad (15)$$

Nilai bilangan reproduksi dasar (R_0) diperoleh melalui penerapan metode *Next-Generation Matrix*. Kompartemen yang terinfeksi adalah E dan I [11]. Vektor untuk laju infeksi baru (F) dan laju transisi (V) adalah:

$$F = \begin{pmatrix} \beta I \\ 0 \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} (\gamma + \theta + \mu)E - \varepsilon R \\ (\delta + \mu)I - \gamma E \end{pmatrix} \quad (16)$$

Selanjutnya hitung matriks Jacobian F dan V pada titik $B_0 = (S, E, I, R) = (N, 0, 0, 0)$. Diperoleh:

$$J(F_{B_0}) = \begin{bmatrix} 0 & \beta \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, J(V_{B_0}) = \begin{bmatrix} \gamma + \theta + \mu & 0 \\ -\gamma & \delta + \mu \end{bmatrix} \quad (17)$$

Kemudian langkah selanjutnya menentukan nilai R_0 , yang didefinisikan sebagai jari-jari spektral, yaitu nilai eigen terbesar dari *next generation matriks*. Sehingga:

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - K) &= 0 \\ \left| \begin{array}{cc} \lambda - \frac{\beta\gamma}{(\gamma + \theta + \mu)(\delta + \mu)} & \frac{\beta}{(\delta + \mu)} \\ 0 & \lambda \end{array} \right| &= 0 \\ \left(\lambda - \frac{\beta\gamma}{(\gamma + \theta + \mu)(\delta + \mu)} \right) \lambda &= 0 \end{aligned}$$

Maka diperoleh nilai eigennya, yaitu:

$$\lambda_1 = \frac{\beta\gamma}{(\gamma + \theta + \mu)(\delta + \mu)} \quad (18)$$

$$\lambda_2 = 0 \quad (19)$$

Dimana R_0 adalah *radius spectral* atau nilai eigen terbesar dari (FV^{-1}) , nilai eigen terbesar yaitu persamaan (12). Sehingga diperoleh bilangan reproduksi dasar dari model ini yaitu:

$$R_0 = \frac{\beta\gamma}{(\gamma + \theta + \mu)(\delta + \mu)} \quad (20)$$

3.3 Kestabilan Model Matematika Kecanduan Game Online.

Analisis kestabilan model dapat dianalisis dengan menentukan matriks jacobini dan nilai eigen dari sistem persamaan (1)-(4).

Dimana $X = (S, E, I, R)^T$, maka:

$$J = \begin{bmatrix} -\frac{\beta I}{N} - \mu & 0 & -\frac{\beta S}{N} & 0 \\ \frac{\beta I}{N} & -(\gamma + \theta + \mu) & \frac{\beta S}{N} & \varepsilon \\ 0 & \gamma & -(\delta + \mu) & 0 \\ 0 & \theta & \delta & -(\varepsilon + \mu) \end{bmatrix} \quad (9)$$

Karena model memiliki dua titik ekuilibrium, analisis selanjutnya difokuskan pada kedua titik tersebut.

3.3.1 Kestabilan Titik Ekuilibrium Bebas Kecanduan (B_0)

Untuk memperoleh apakah titik ekuilibrium bebas kecanduan *game online* stabil, di perlukan menghitung nilai eigen dari matriks jacobian pada titik tersebut. Titik ekuilibrium tersebut bisa disebut stabil jika semua nilai eigen dari matriks jacobian bernilai negatif. Titik ekuilibrium bebas kecanduan *game online* adalah $B_0 = (N, 0, 0, 0)$. Dimana titik tetap B_0 adalah stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$ maka matriks jacobian dari E_0 sama dengan persamaan (21).

Dengan mengevaluasi pada $B_0 = (N, 0, 0, 0)$, diperoleh:

$$J(B_0) = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -\beta & 0 \\ 0 & -(\gamma + \theta + \mu) & \beta & \varepsilon \\ 0 & \gamma & -(\delta + \mu) & 0 \\ 0 & \theta & \delta & -(\varepsilon + \mu) \end{bmatrix}$$

Nilai eigen, yang disimbolkan dengan λ , didapatkan dengan menyelesaikan persamaan karakteristik $\det(\lambda I - J(B_0)) = 0$, dimana I menyatakan matriks identitas sehingga:

$\det(\lambda I - J(B_0)) = 0$ atau $|\lambda I - J(B_0)| = 0$, maka untuk $\lambda_1 = -\mu$.

Misalkan:

$$\begin{aligned} d_2 &= a + b + c \\ d_1 &= ab + ac + bc - \beta\gamma - \varepsilon\theta \\ d_0 &= abc - \beta\gamma\delta - \varepsilon\gamma\delta - \varepsilon\theta b \end{aligned}$$

Sehingga:

$$d_3\lambda^3 + d_2\lambda^2 + d_1\lambda + d_0 = 0$$

Menurut kriteria Routh-Hurwitz, titik ekuilibrium B_0 akan stabil jika dan hanya jika $d_1 > 0$ dan $d_1d_2 - d_0d_3 > 0$. Sehingga titik ekuilibrium B_0 akan stabil asimtotik jika $d_3 > 0$, $d_2 > 0$, $d_1 > 0$, $d_0 > 0$ dan $d_1d_2 - d_0d_3 > 0$

3.3.2 Kestabilan Titik Ekuilibrium Endemik (B_1)

Titik ekuilibrium dikatakan stabil apabila seluruh nilai eigen dari matriks jacobian yang dievaluasi pada titik ekuilibrium endemik dari model matematika kecanduan *game online* bernilai negatif. Titik ekuilibrium dari model matematika kecanduan *game online* adalah $B_1 = (S^*, E^*, I^*, R^*)$

Untuk mempermudah analisis, misalkan:

$$\begin{aligned} a &= -\frac{\beta I^*}{N} - \mu; & b &= \frac{\beta S^*}{N} \\ c &= \frac{\beta I^*}{N}; & e &= -(\gamma + \theta + \mu) \\ g &= -(\delta + \mu); & h &= -(\varepsilon + \mu) \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh:

$$J(B_1) = \begin{bmatrix} a & 0 & -b & 0 \\ c & e & b & \varepsilon \\ 0 & \gamma & g & 0 \\ 0 & \theta & \delta & h \end{bmatrix}$$

Nilai eigen, yang disimbolkan dengan λ , diperoleh dengan menyelesaikan persamaan karakteristik $\det(\lambda I - J(B_1)) = 0$, dimana I menyatakan matriks identitas, sehingga:

$\det(\lambda I - J(B_1)) = 0$ atau $|\lambda I - J(B_1)| = 0$, maka

$$\begin{aligned} \det \begin{vmatrix} \lambda - a & 0 & b & 0 \\ -c & \lambda - e & -b & -\varepsilon \\ 0 & -\gamma & \lambda - g & 0 \\ 0 & -\theta & -\delta & \lambda - h \end{vmatrix} &= 0 \\ \lambda^4 + \lambda^3(-a - e - g - h) + \lambda^2(ah + ae + ag + eh + gh + eg - b\gamma - \varepsilon\theta) \\ + \lambda(-egh + bh\gamma - \varepsilon\gamma\delta - g\varepsilon\theta - aeh - agh - aeg + ab\gamma + a\varepsilon\theta - bc\gamma) \\ + (aegh - abh\gamma + a\varepsilon\gamma\delta - ag\varepsilon\theta + cbh\gamma) &= 0 \end{aligned}$$

Misalkan:

$$\begin{aligned} d_3 &= (-a - e - g - h) \\ d_2 &= (ah + ae + ag + eh + gh + eg - b\gamma - \varepsilon\theta) \\ d_1 &= (-egh + bh\gamma - \varepsilon\gamma\delta - g\varepsilon\theta - aeh - agh - aeg + ab\gamma + a\varepsilon\theta - bc\gamma) \\ d_0 &= (aegh - abh\gamma + a\varepsilon\gamma\delta - ag\varepsilon\theta + cbh\gamma) \end{aligned}$$

Sehingga:

$$d_4\lambda^4 + d_3\lambda^3 + d_2\lambda^2 + d_1\lambda + d_0 = 0$$

Menurut kriteria Routh-Hurwitz, titik ekuilibrium E_1 akan stabil jika dan hanya jika $d_3d_2 - d_4d_1 > 0$ dan $d_1(d_3d_2 - d_4d_1) - a_3^2a_0 > 0$

Pertimbangkan

$$d_3 = -\left(-\frac{\beta I^*}{N} - \mu\right) - (-(\gamma + \theta + \mu)) - (-(\delta + \mu)) - (-(\varepsilon + \mu))$$

$$d_2 = \left(\frac{\beta I^*}{N} + \mu\right)(\varepsilon + \mu) + \left(\frac{\beta I^*}{N} + \mu\right)(\gamma + \theta + \mu) + \left(\frac{\beta I^*}{N} + \mu\right)(\delta + \mu) + (\gamma + \theta + \mu)(\varepsilon + \mu) + (\delta + \mu)(\varepsilon + \mu) + (\gamma + \theta + \mu)(\delta + \mu) - b\gamma - \varepsilon\theta$$

$$d_1 = (\gamma + \theta + \mu)(\delta + \mu)(\varepsilon + \mu) + \gamma\left(\frac{\beta S^*}{N}\right)(\varepsilon + \mu) - \varepsilon\gamma\delta + \varepsilon\theta(\delta + \mu) + \left(\frac{\beta I^*}{N} + \mu\right)(\gamma + \theta + \mu)(\varepsilon + \mu) + \left(\frac{\beta I^*}{N} + \mu\right)(\delta + \mu)(\varepsilon + \mu) + \left(\frac{\beta I^*}{N} + \mu\right)(\gamma + \theta + \mu)(\delta + \mu) + \gamma\left(\frac{\beta I^*}{N} + \mu\right)\left(\frac{\beta S^*}{N}\right) - \varepsilon\theta\left(\frac{\beta I^*}{N} + \mu\right) - \gamma\left(\frac{\beta S^*}{N}\right)\left(\frac{\beta I^*}{N}\right)$$

$$d_0 = \left(\frac{\beta I^*}{N} + \mu\right)(\gamma + \theta + \mu)(\delta + \mu)(\varepsilon + \mu) - \gamma\left(\frac{\beta I^*}{N} + \mu\right)\left(\frac{\beta S^*}{N}\right)(\varepsilon + \mu) - \varepsilon\theta\left(\frac{\beta I^*}{N} + \mu\right)(\delta + \mu) - \gamma\left(\frac{\beta I^*}{N}\right)\left(\frac{\beta S^*}{N}\right)(\varepsilon + \mu)$$

Sehingga titik ekuilibrium B_1 akan stabil asimtotik jika $d_4 > 0$, $d_3 > 0$, $d_2 > 0$, $d_1 > 0$, $d_0 > 0$, $d_3d_2 - d_4d_1 > 0$ dan $d_1(d_3d_2 - d_4d_1) - d_3^2d_0 > 0$. Dimana, kecanduan terus ada dalam populasi dan parameter yang digunakan diatur agar menghasilkan $R_0 > 1$.

3.4 Simulasi Numerik

Simulasi numerik dilakukan untuk mengamati perilaku dan kestabilan titik-titik kesetimbangan dari model matematika kecanduan *game online*.

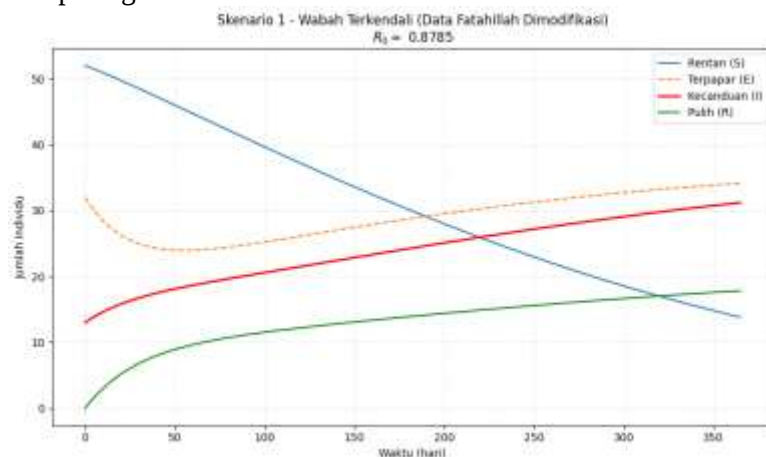
3.4.1 Kestabilan Titik Ekuilibrium Bebas Kecanduan ($R_0 < 1$)

Untuk memvalidasi analisis kestabilan titik ekuilibrium bebas kecanduan, dilakukan simulasi numerik dengan menggunakan parameter yang disajikan pada tabel 3

Tabel 3. Parameter model pada Titik Kesetimbangan B_0

Parameter	Nilai
α	0,01
β	0,015
γ	0,01
δ	0,01
ε	0,03
θ	0,007
μ	0,01

Dari nilai parameter diatas, diperoleh bilangan reproduksi dasar $R_0 \approx 0,8785$. karena $R_0 < 1$, maka titik kesetimbangan endemik $(B_0) = (N, 0, 0, 0)$. Kondisi ini menjelaskan bahwa kecanduan tidak akan menyebar dan diprediksi akan menghilang dari populasi seiring berjalannya waktu, sebagaimana terlihat pada gambar 2.



Gambar 2. Trayektori Titik Kesetimbangan Bebas Kecanduan

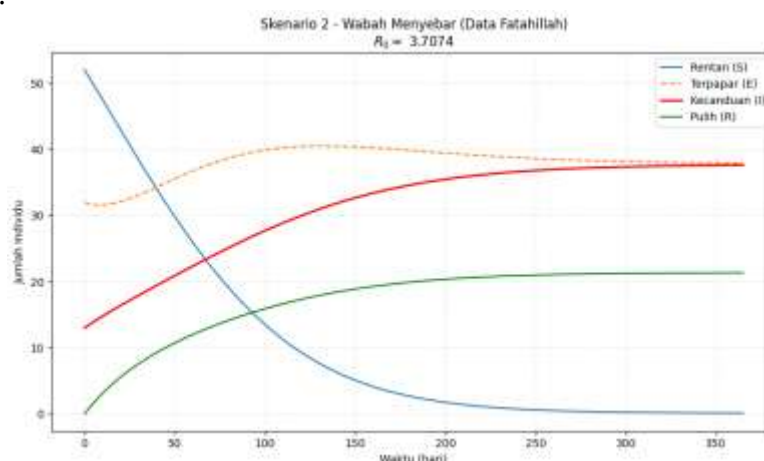
3.4.2 Kestabilan Titik Ekuilibrium Endemik ($R_0 > 1$)

Simulasi numerik dijalankan untuk mengonfirmasi analisis kestabilan titik kesetimbangan endemik, dengan menggunakan parameter yang disajikan pada tabel 4.

Tabel 4. Parameter model pada Titik Kesetimbangan B_1

Parameter	Nilai
α	0,01
β	0,0633
γ	0,01
δ	0,01
ε	0,03
θ	0,007
μ	0,01

Berdasarkan nilai tersebut, diperoleh bilangan Reproduksi Dasar (R_0) sebesar 3,7074. Karena $R_0 > 1$, maka titik kesetimbangan endemik (B_1) bersifat stabil. Hal ini terkonfirmasi melalui substitusi parameter ke dalam model yang menghasilkan nilai positif untuk seluruh subpopulasi. Kondisi ini merupakan konsekuensi langsung dari tingginya laju penularan yang tercermin pada nilai R_0 tersebut. Dengan demikian perilaku asimtotik pada kelompok Terpapar (E), Kecanduan (I), dan Pulih (R) menunjukkan bahwa kecanduan *game online* tidak hanya menyebar, tetapi akan bertahan dalam jangka panjang dan menjadi endemik dalam populasi, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3.



Gambar 3. Trayektori Titik Kesetimbangan Endemik

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan pada penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa dinamika penyebaran kecanduan *game online* pada populasi remaja usia 12-22 tahun menggunakan pendekatan SEIRE yang dimodifikasi dengan faktor kekambuhan (relapse) dan pemulihan dini. Analisis sistem menunjukkan bahwa Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) bertindak sebagai parameter ambang batas krusial, di mana stabilitas kondisi bebas kecanduan hanya dapat dipertahankan apabila nilai R_0 kurang dari satu. Sebaliknya, jika ambang batas ini terlampaui, sistem akan bergerak menuju kondisi endemik yang stabil. Mengingat hasil simulasi menegaskan bahwa laju kontak sosial mendominasi pola penyebaran, maka intervensi yang paling efektif adalah meminimalkan transmisi sosial dan mengoptimalkan laju pemulihan dini guna mencegah kecanduan bertahan dalam populasi jangka panjang.

REFERENSI

- [1] Islamiah, K., & Supradewi, R. (2020). Kecenderungan Kecanduan *Game online* Ditinjau dari Sensation Seeking Trait pada Gamers Komunitas *Game online*. *Psisula: Prosiding Berkala Psikologi*, 2(November), 114–123.

- [2] Marlaokta, M., & Mutiara, R. (2019). Dampak Internet Gaming Disorder terhadap Status Kognitif dan Perilaku Psikopatologis. *Jurnal Keperawatan Jiwa*, 7(3), 333. <https://doi.org/10.26714/jkj.7.3.2019.333-336>
- [3] Jap, T., Tiatri, S., Jaya, E. S., & Suteja, M. S. (2013). The Development of Indonesian Online Game Addiction Questionnaire. *PLoS ONE*, 8(4). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0061098>
- [4] Surbakti, T. P. D., Rafiyah, I., & Setiawan, S. (2023). Level of Online Game Addiction on Adolescents. *Journal of Nursing Care*, 5(3). <https://doi.org/10.24198/jnc.v5i3.39044>
- [5] Yee, N. (2002). Ariadne-Understanding MMORPG Addiction. *Unpublished manuscript*, 15, 1–16.
- [6] Zikry, Alfa; Hamidi, M. N. S. Z. (2023). Hubungan kecanduan game online dengan penyesuaian sosial pada remaja. *Jurnal Pahlawan Kesehatan*, 01(4), 273–278. [http://repository.uin-suska.ac.id/29111/1/GABUNGAN SKRIPSI KEQUALI BAB IV.pdf](http://repository.uin-suska.ac.id/29111/1/GABUNGAN%20SKRIPSI%20KEQUALI%20BAB%20IV.pdf)
- [7] Li, T., & Guo, Y. (2019). Stability and optimal control in a mathematical model of online game addiction. *Filomat*, 33(17), 5691–5711. <https://doi.org/10.2298/FIL1917691L>
- [8] Saman, A., Side, S., Pratama, M. I., & Sanusi, W. (2022). Optimal Control of the SEIR Model of Online Game Addiction Using Guidance and Counseling. *Engineering Letters*, 30(3), 1152–1156.
- [9] Fatahillah, A., Istiqomah, M., & Dafik. (2021). Pemodelan Matematika Pada Kasus Kecanduan Game online Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 14. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications*, 18(2), 129. <https://doi.org/10.12962/limits.v18i2.6854>
- [10] Resmawan. (2019). *Pengantar Sistem Dinamik Semester Ganjil 2019-2020*.
- [11] Diekmann, O., Heesterbeek, J. A. P., & Metz, J. A. J. (1990). On the definition and the computation of the basic reproduction ratio R_0 in models for infectious diseases in heterogeneous populations. *Journal of Mathematical Biology*, 28(4), 365–382. <https://doi.org/10.1007/BF00178324>
- [12] Damayanti, S. (2012). *Kestabilan Behavior Model SIR (Susceptible, Infectives, Removed) pada penyakit HIV (Human Immunodeficiency Virus)*. 12–13.