

# **Model Matematika Penyebaran Penyakit Frogeye Leaf Spot pada Tanaman Kedelai**

**Siti Fatimah, Dewi Murni**

Departemen Matematika, Universitas Negeri Padang

---

## **Article Info**

### **Article history:**

Received August 3, 2025

Revised August 7, 2025

Accepted September 4, 2025

---

### **Keywords:**

Mathematical Model

Frogeye Leaf Spot

Soybean Plants

### **Kata Kunci:**

Model Matematika

Frogeye Leaf Spot

Tanaman Kedelai

---

## **ABSTRACT**

Frogeye Leaf Spot (FLS) is disease plant soybeans caused by fungus *Cercospora sojina*. This research aims to formulate a mathematical model that describes the spread of FLS, analyze the mathematical model, and interpret the results of the analysis. The type of research conducted is basic or theoretical research. The mathematical model of the spread of FLS disease in soybean plants is SEIRB. From the analysis, two equilibrium points obtained, namely the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point. The results of the numerical simulation interpret that the higher the rate of secondary transmission, rate of primary transmission, and rate of spore transfer from infected plants to population fungal in soil, then FLS disease will become an epidemic. High natural growth and mortality rates and low rates movement of exposed soybean plants to infected soybean plants will reduce the spread of FLS disease.

---

## **ABSTRAK**

*Frogeye Leaf Spot* (FLS) adalah penyakit tanaman kedelai yang disebabkan oleh jamur *Cercospora sojina*. Penelitian ini bertujuan untuk merumuskan model matematika yang menggambarkan penyebaran FLS, menganalisis model matematika dan menginterpretasikan hasil analisisnya. Jenis penelitian yang dilakukan adalah penelitian dasar atau teoritis. Bentuk model matematika penyebaran penyakit FLS pada tanaman kedelai yaitu SEIRB. Dari proses analisis model didapatkan dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik. Hasil simulasi numerik menginterpretasikan bahwa tingginya laju penularan sekunder, laju penularan primer, dan laju perpindahan spora dari tanaman terinfeksi ke populasi jamur dalam tanah, maka penyakit FLS akan mewabah. Tingginya laju pertumbuhan dan kematian alami serta rendahnya laju perpindahan tanaman kedelai terpapar ke tanaman kedelai terinfeksi akan mengurangi penyebaran penyakit FLS.

*This is an open access article under the CC BY-SA license.*



---

### **Penulis Korespondensi:**

#### **Siti Fatimah**

Departemen Matematika, Universitas Negeri Padang  
Email: [sifatim14@gmail.com](mailto:sifatim14@gmail.com)

## 1. PENDAHULUAN

Pemodelan matematika merupakan suatu sistem persamaan yang dapat merepresentasikan suatu permasalahan kompleks yang nyata [1]. Model matematika dapat diterapkan dalam berbagai bidang kehidupan. Contoh penerapannya dalam bidang biologi adalah dalam mempelajari dinamika penyebaran penyakit menular pada tanaman kedelai. Kedelai dikenal dengan nama ilmiah *Glycine max (L)*. Secara historis tanaman kedelai memiliki asal asul dari China serta telah diatanam oleh manusia pada sekitar 2500 SM. Di Indonesia, kedelai menempati posisi ketiga sebagai komoditas pangan utama setelah padi dan jagung [2]. Kedelai digunakan masyarakat indonesia dimanfaatkan menjadi bahan baku utama untuk produk olahan pangan, contohnya tempe, tahu, tauco, atau minuman lainnya [3].

Namun, permasalahan kedelai di Indonesia saat ini adalah tidak terpenuhinya kebutuhan kedelai dalam negeri, sehingga masih memanfaatkan kedelai impor untuk memproduksi olahan kedelai seperti tahu dan tempe. Ketergantungan pada impor kedelai menjadi tantangan tersendiri, terutama dalam menjaga stabilitas harga dan ketersediaan pasokan di pasaran [4]. Pada tahun 2024 Indonesia mengimpor sekitar 2.67 juta ton kedelai atau senilai US\$1.40 miliar. Hal ini dipicu oleh naiknya konsumsi kedelai baik dari sektor rumah tangga maupun industri [5]. Salah satu penyebab turunnya produktivitas kedelai adalah penyakit yang menginfeksi pada tanaman kedelai. Serangan penyakit yang terjadi pada kedelai dapat diakibatkan adanya tiga unsur yang berperan melalui interaksi, yaitu inang (tumbuhan), organisme penganggu tanaman dan faktor ekosistem di sekitar tumbuhan [6]. Salah satu penyakit tanaman kedelai akibat infeksi jamur adalah penyakit *Frogeye Leaf Spot (FLS)*.

Penyakit FLS adalah penyakit menular yang menyerang tanaman kedelai akibat infeksi jamur *Cercospora sojina*. Laporan awal mengenai FLS muncul pada tahun 1915 di Hokkaido, Jepang [7]. Di Indonesia, penelitian mengenai respons beberapa varietas kedelai terhadap *Cercospora sojina* telah dilakukan pada tahun 1988, hal ini menunjukkan bahwa penyakit FLS telah menjadi perhatian dalam penelitian pertanian sejak akhir 1980-an [8]. Data mengenai kehilangan hasil panen kedelai di Indonesia akibat FLS tidak tercatat secara rinci. Namun, angka estimasinya berkisar pada 20 – 50%. Dalam beberapa kasus, hingga berpotensi pada kegagalan panen [9].

Penyakit FLS dapat ditularkan melalui spora jamur yang terbawa oleh angin, percikan air hujan, dan residu dari tanaman yang terinfeksi. Jamur *Cercospora sojina* dapat bertahan hidup dan melewati musim dingin dalam residu tanaman yang tertinggal dalam tanah [10]. Gejala FLS pada tanaman kedelai meliputi bercak kecil dan gelap menyerupai mata katak. Bercak ini dapat mempengaruhi daun, polong, biji dan batang. Penyakit FLS menyebabkan berkurangnya luas daun fotosintesis, pengguguran daun sebelum waktunya dan berkurangnya berat biji [11]. Dampak yang ditimbulkan adalah tanaman kedelai akan melemah hingga akhirnya mati karena tidak mendapatkan nutrisi yang cukup [12].

Penelitian sebelumnya telah menerapkan pendekatan matematika untuk memahami penyakit FLS pada tanaman kedelai. Pada penelitian [13] menerapkan regresi statistik untuk memprediksi perkembangan penyakit FLS. Karena penelitian terdahulu hanya berfokus untuk memprediksi perkembangan penyakit tanpa memperhatikan penyebarannya, maka model matematika yang digunakan dalam penelitian ini mempertimbangkan proses penularan penyakit FLS guna memberikan gambaran bagaimana penyebaran penyakit FLS. Penelitian ini diamaksudkan untuk memperoleh pemahaman mengenai model matematika penyebaran penyakit FLS dan menginterpretasikan hasil analisisnya.

## 2. METODE

Jenis penelitian ini adalah penelitian teoritis sedangkan metode yang dipakai adalah metode deskriptif dimana akan diidentifikasi masalah yang ada melalui analisis terhadap teori-teori yang relevan yang berhubungan dengan permasalahan penyakit penyakit FLS pada tanaman kedelai.

Langkah-langkah pada penelitian ini adalah:

1. Mengidentifikasi masalah yang berkaitan dengan penyebaran penyakit FLS pada tanaman kedelai.

2. Melakukan studi literatur terkait masalah yang dikaji.
3. Mengkaji model matematika penyebaran penyakit FLS pada tanaman kedelai.
4. Melakukan analisis model.
5. Melakukan simulasi numerik menggunakan *Software Maple17*.
6. Menginterpretasi hasil analisis model.
7. Membuat kesimpulan dari model matematika penyebaran penyakit FLS pada tanaman kedelai.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 3.1. Model Matematika Penyebaran Penyakit FLS

Proses pertama untuk pembentukan model yaitu mengidentifikasi permasalahan terkait. Langkah ini menentukan faktor penting yang berpengaruh terhadap tujuan model. Langkah pertama ini dimulai dari mengidentifikasi variabel, asumsi, dan parameter. Selanjutnya, dibuatlah korelasi antara variabel dan parameter yang telah diidentifikasi.

Variabel yang dipakai untuk membentuk model matematika penyebaran penyakit FLS:

$S$  : populasi tanaman kedelai yang rentan terhadap penyakit FLS (batang).

$E$  : populasi tanaman kedelai yang terpapar penyakit FLS (batang).

$I$  : populasi tanaman kedelai yang terinfeksi penyakit FLS (batang).

$R$  : populasi tanaman kedelai pasca infeksi penyakit FLS (batang).

$B$  : populasi jamur *Cercospora sojina* dalam tanah (spora / ml).

Parameter yang dipakai untuk membentuk model matematika penyebaran penyakit FLS:

$N$ : total populasi tanaman kedelai (batang).

$\alpha$  : laju penularan sekunder ( $1/\text{hari}$ ).

$\beta$  : laju penularan primer ( $\text{ml/spora} \times \text{hari}$ ).

$\mu$  : laju pertumbuhan tanaman kedelai dan laju kematian alami tanaman kedelai ( $1/\text{hari}$ ).

$\gamma$  : laju perpindahan tanaman kedelai terpapar ke tanaman kedelai terinfeksi ( $1/\text{hari}$ ).

$\delta$  : laju perpindahan tanaman kedelai terinfeksi ke tanaman kedelai pasca infeksi ( $1/\text{hari}$ ).

$w$ : laju pertumbuhan jamur dalam tanah ( $1/\text{hari}$ ).

$k$  : carrying capacity (spora/ml).

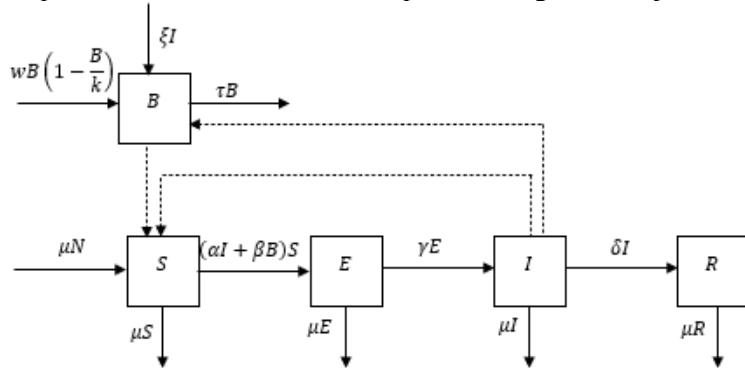
$\tau$  : laju kematian jamur dalam tanah ( $1/\text{hari}$ ).

$\xi$  : laju perpindahan spora dari tanaman terinfeksi ke populasi jamur dalam tanah ( $\text{spora}/\text{ml} \times \text{hari}$ ).

Beberapa asumsi yang dipakai dalam membentuk model matematika penyebaran penyakit FLS:

1. Total populasi tanaman kedelai ( $N$ ) di lahan diasumsikan konstan.
2. Semua populasi mempunyai kematian secara alami dengan laju yang sama.
3. Tanaman kedelai diasumsikan berada dalam satu lahan.
4. Kedelai ditanam pada 4 baris tanam dengan panjang tiap baris 6 m, jarak antar baris 76.2 cm dengan 12 tanaman per meter di sepanjang baris.
5. Populasi diasumsikan homogen.
6. Penyakit FLS menyebar melalui penularan primer yang berasal dari spora jamur di lingkungan dengan laju  $\beta$  dan penularan sekunder yang berasal dari spora yang dihasilkan pada tanaman yang terinfeksi dengan laju  $\alpha$ .
7. Setelah kontak dengan populasi terinfeksi, tanaman rentan mengalami masa inkubasi dan berada pada populasi tanaman kedelai yang terpapar ( $E$ ) sebelum masuk ke populasi tanaman kedelai yang terinfeksi ( $I$ ).
8. Tanaman kedelai yang sudah terinfeksi FLS tidak dapat sembuh dan kemudian masuk ke populasi pasca infeksi ( $R$ ) yang tidak dapat menularkan penyakit.
9. Tidak ada faktor eksternal berupa perubahan iklim dan penggunaan fungisida pada tanaman kedelai.
10. Populasi jamur dalam tanah ( $B$ ) bertambah secara logistik, dengan laju pertumbuhan  $w$  dan kapasitas maksimum  $k$ .
11. Diasumsikan semua variabel dan parameter bernilai positif.

Berdasarkan variabel, parameter, dan asumsi maka diperoleh diagram kompartemen dalam gambar 1:



Gambar 1. Bagan Model Matematika Penyebaran Penyakit FLS pada Tanaman Kedelai

Dari Gambar 1, didapatkan bentuk model matematika penyebaran penyakit FLS sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - (\alpha I + \beta B)S - \mu S \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = (\alpha I + \beta B)S - \mu E - \gamma E \quad (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \gamma E - \mu I - \delta I \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \delta I - \mu R \quad (4)$$

$$\frac{dB}{dt} = wB\left(1 - \frac{B}{k}\right) - \tau B + \xi I \quad (5)$$

Dimana  $N = S + E + I + R$  diasumsikan konstan dan  $\frac{dB}{dt} \leq \xi N - \left(\tau - w + \frac{w}{k}\right)B$ .

### 3.2. Analisis Model Matematika Penyebaran Penyakit FLS

#### 3.2.1. Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit

Titik ekuilibrium bebas penyakit dalam model matematika penyebaran penyakit FLS pada tanaman kedelai adalah keadaan dimana tidak ada penyebaran penyakit yang terjadi. Dari perhitungan pada persamaan (1), (2), (3), (4), dan (5) didapatkan titik ekuilibrium bebas penyakit yaitu:

$$E_0 = (N, 0, 0, 0, 0)$$

#### 3.2.2. Titik Ekuilibrium Endemik

Titik ekuilibrium endemik dari model matematika penyebaran penyakit FLS pada tanaman kedelai merupakan suatu keadaan ada tanaman kedelai yang terinfeksi penyakit FLS. Dari perhitungan pada persamaan (1), (2), (3), (4), dan (5) didapatkan titik ekuilibrium endemik yaitu:

$$E_1 = (S^*, E^*, I^*, R^*, B^*)$$

Dimana:

$$S^* = \frac{(\mu^2 + \mu\gamma + \mu\delta + \gamma\delta)I^*}{(\alpha I^* + \beta B^*)\gamma}$$

$$E^* = \frac{\mu I^* + \delta I^*}{\gamma}$$

$$I^* = \frac{w}{\xi k} B^{*2} + \frac{\tau - w}{\xi} B^*$$

$$R^* = \frac{\delta I^*}{\mu}$$

$B^*$  yang eksis jika dan hanya jika  $\alpha N \gamma \geq (\mu + \gamma)(\mu + \delta)$ .

### 3.2.3. Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) adalah indikator penting dalam melihat terjadinya penyebaran penyakit yang bertujuan sebagai penentu apakah dalam populasi mengalami keadaan penyebaran atau tidak

Dengan metode NGM didapatkan:

$$R_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha N \gamma}{(\mu + \gamma)(\mu + \delta)} + \frac{w}{\tau} + \sqrt{\left( \frac{\alpha N \gamma}{(\mu + \gamma)(\mu + \delta)} - \frac{w}{\tau} \right)^2 + \frac{4\xi\gamma\beta N}{\tau(\mu + \gamma)(\mu + \delta)}} \right)$$

### 3.2.4. Analisis Kestabilan Lokal

Kestabilan titik ekuilibrium bisa ditentukan dengan memeriksa nilai eigen dari matriks *Jacobi* pada persamaan (1), (2), (3), (4) dan (5):

$$J = \begin{bmatrix} -\alpha I - \beta B - \mu & 0 & -\alpha S & 0 & -\beta S \\ \alpha I + \beta B & -\mu - \delta & \alpha S & 0 & \beta S \\ 0 & \gamma & -\mu - \delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta & -\mu & 0 \\ 0 & 0 & \xi & 0 & w - \frac{2wB}{k} - \tau \end{bmatrix}$$

Karena diperoleh 2 titik ekuilibrium, selanjutnya dianalisis kestabilan terhadap kedua titik tersebut.

#### 1. Kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit ( $E_0$ )

Titik ekuilibrium bebas penyakit dianggap stabil ketika seluruh nilai eigen dari matriks *Jacobi* di titik ekuilibrium  $E_0$  memiliki nilai negatif. Matriks *Jacobi* untuk titik ekuilibrium  $E_0$  adalah:

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -\alpha N & 0 & -\beta N \\ 0 & -\mu - \gamma & \alpha N & 0 & \beta N \\ 0 & \gamma & -\mu - \delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta & -\mu & 0 \\ 0 & 0 & \xi & 0 & w - \tau \end{bmatrix}$$

Untuk menghitung nilai eigen, digunakan persamaan karakteristik  $|\lambda I - J(E_0)| = 0$ , sehingga diperoleh hasil berikut:

$$\begin{vmatrix} \lambda + \mu & 0 & \alpha N & 0 & \beta N \\ 0 & \lambda + \mu + \gamma & -\alpha N & 0 & -\beta N \\ 0 & -\gamma & \lambda + \mu + \delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\delta & \lambda + \mu & 0 \\ 0 & 0 & -\xi & 0 & \lambda - w + \tau \end{vmatrix} = 0 \quad (6)$$

Melalui metode sarrus, diperoleh persamaan karakteristik yang didapatkan dari matriks *Jacobi* menunjukkan bahwa  $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0, \lambda_3 < 0, \lambda_4 < 0$ , dan  $\lambda_5 < 0$ . Oleh karena itu, titik ekuilibrium bebas penyakit berada dalam kondisi stabil asimtotik yang mengindikasikan bahwa FLS akan menghilang dalam waktu tertentu.

#### 2. Kestabilan titik ekuilibrium endemik ( $E_1$ )

Titik ekuilibrium dianggap stabil ketika seluruh nilai eigen dari matriks *Jacobi* di titik ekuilibrium endemik memiliki nilai negatif. Matriks *Jacobi* untuk titik ekuilibrium  $E_1$  adalah:

$$J(E_1) = \begin{bmatrix} -\alpha I^* - \beta B^* - \mu & 0 & -\alpha S^* & 0 & -\beta S^* \\ \alpha I^* + \beta B^* & -\mu - \lambda & \alpha S^* & 0 & \beta S^* \\ 0 & \gamma & -\mu - \delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta & -\mu & 0 \\ 0 & 0 & \xi & 0 & w - \frac{2wB^*}{k} - \tau \end{bmatrix}$$

Untuk menghitung nilai eigen, digunakan persamaan karakteristik  $|\lambda I - J(E_0)| = 0$ , sehingga diperoleh hasil berikut:

$$\begin{vmatrix} \lambda + \alpha I^* + \beta B^* + \mu & 0 & \alpha S^* & 0 & \beta S^* \\ -\alpha I^* - \beta B^* & \lambda + \mu + \lambda & -\alpha S^* & 0 & -\beta S^* \\ 0 & -\gamma & \lambda + \mu + \delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\delta & \lambda + \mu & 0 \\ 0 & 0 & -\xi & 0 & \lambda - w + \frac{2wB^*}{k} + \tau \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

Melalui metode sarrus, diperoleh persamaan karakteristik yang didapatkan dari matriks Jacobi menunjukkan bahwa  $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0, \lambda_3 < 0, \lambda_4 < 0$ , dan  $\lambda_5 < 0$ . Oleh karena itu, titik ekuilibrium endemik berada dalam kondisi stabil asimtotik yang mengindikasikan bahwa FLS akan menyebar dalam waktu tertentu.

### 3.2.5. Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran Penyakit FLS

Simulasi model ini menggunakan parameter yang diperoleh dari [14].

#### 1. Simulasi numerik model matematika untuk titik ekuilibrium bebas penyakit

Simulasi numerik dilakukan pada keadaan tidak ada tanaman kedelai yang terinfeksi penyakit FLS. Nilai dari parameter yang digunakan tercantum dalam Tabel 1:

Tabel 1. Nilai Parameter Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit

Parameter	Nilai
$N$	300
$\mu$	0.066
$\gamma$	0.1
$\delta$	0.01333
$\tau$	0.066
$k$	60,000
$w$	0.001
$\alpha$	0.0000205
$\beta$	0.00000000135
$\xi$	1343

Setelah dilakukan perhitungan dari Tabel 1, diperoleh:

$$R_0 = 0.04973040119.$$

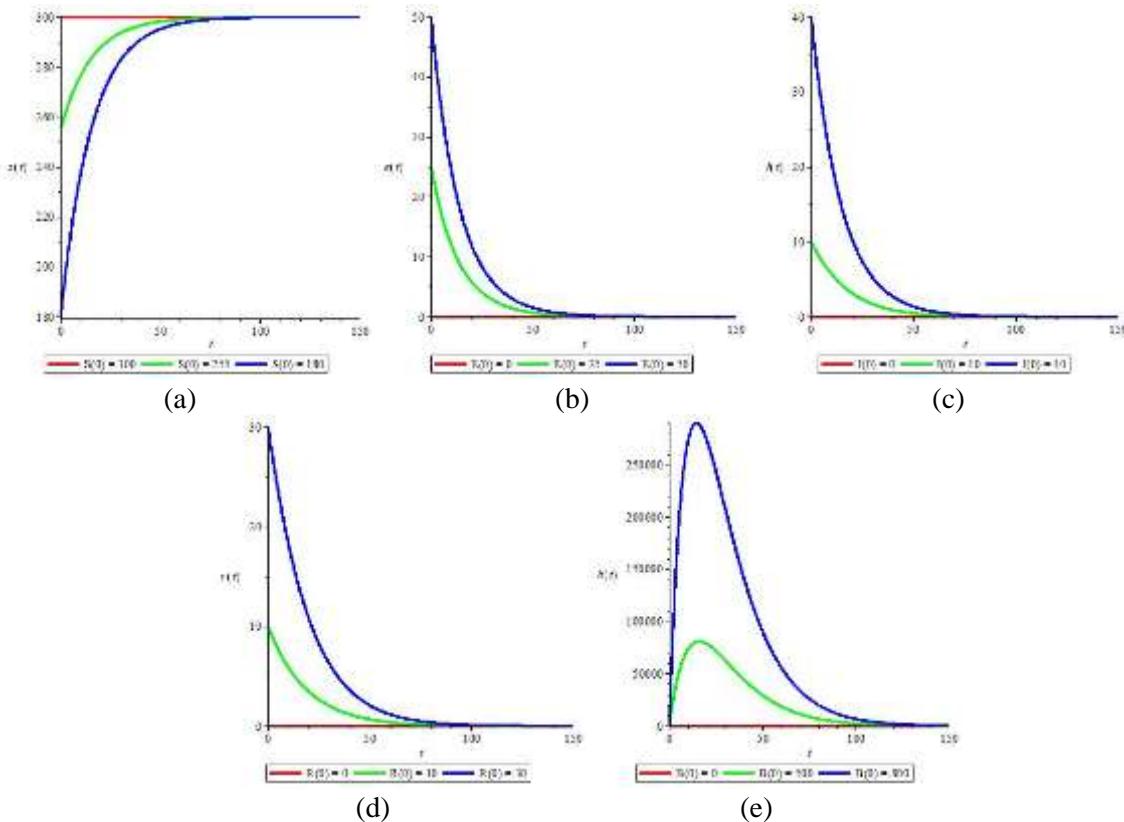
Diperoleh bahwa  $R_0 < 1$ . Berdasarkan nilai parameter diatas, maka diperoleh grafik untuk setiap populasi yang disajikan pada Gambar 2.

Dalam Gambar 2 ditunjukkan bahwa  $E_0 = (300, 0, 0, 0, 0)$  didekati oleh 2 nilai awal yaitu:

$$S(0) = 255; E(0) = 25; I(0) = 10; R(0) = 10; B(0) = 500$$

$$S(0) = 180; E(0) = 50; I(0) = 40; R(0) = 30; B(0) = 800$$

Kondisi ini menunjukkan titik  $E_0$  bersifat stabil asimtotik yang dibuktikan oleh  $R_0 < 1$ , dengan kata lain penyakit FLS akan berkurang hingga akhirnya menghilang dalam waktu tertentu.



Gambar 2. Trayektori di Sekitar Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit: (a) Grafik  $S(t)$ , (b) Grafik  $I(t)$ , (c) Grafik  $R(t)$ , (d) Grafik  $B(t)$ , dan (e) Grafik  $S(t)$ .

## 2. Simulasi model matematika untuk titik ekuilibrium endemik

Simulasi dilakukan pada keadaaan terdapat tanaman kedelai yang terinfeksi penyakit FLS. Nilai dari parameter yang digunakan tercantum pada Tabel 2:

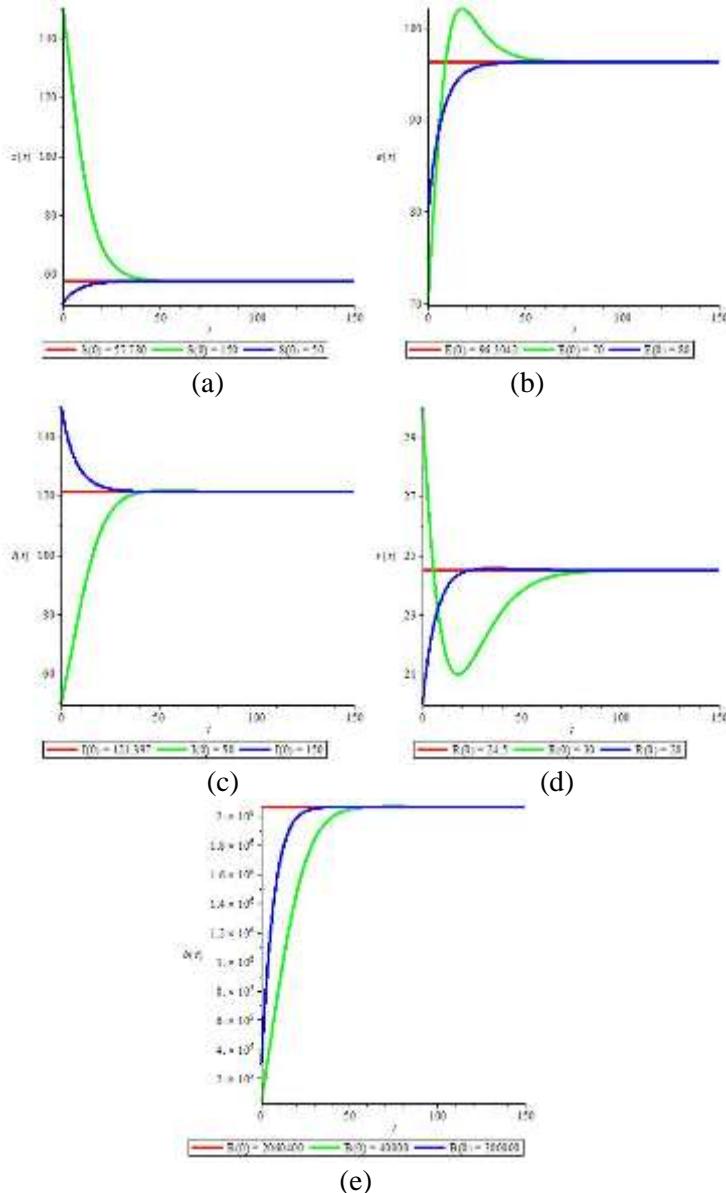
Tabel 2. Nilai Parameter Titik Ekuilibrium Endemik

Parameter	Nilai
$N$	300
$\mu$	0.066
$\gamma$	0.1
$\delta$	0.01333
$\tau$	0.066
$k$	60,000
$w$	0.001
$\alpha$	0.00205
$\beta$	0.0000000135
$\xi$	1686

Setelah dilakukan perhitungan dari tabel 2, diperoleh:

$$R_0 = 4.833198242.$$

Diperoleh bahwa  $R_0 > 1$ , berdasarkan nilai parameter diatas diperoleh grafik untuk setiap populasi yang disajikan pada Gambar 3:



Gambar 3. Trayektori di Sekitar Titik Ekuilibrium Endemik: (a) Grafik  $S(t)$ , (b) Grafik  $S(t)$   
 (c) Grafik  $I(t)$ , (d) Grafik  $R(t)$ , dan (e) Grafik  $B(t)$ .

Dalam Gambar 3 ditunjukkan bahwa  $E_1 = (S^*, E^*, I^*, R^*, B^*)$  didekati oleh 2 nilai awal yang berbeda yaitu:

$$\begin{aligned} S(0) &= 150; E(0) = 70; I(0) = 50; R(0) = 30; B(0) = 40000 \\ S(0) &= 50; E(0) = 80; I(0) = 150; R(0) = 20; B(0) = 300000 \end{aligned}$$

Kondisi ini menunjukkan titik  $E_1$  bersifat stabil asimtotik yang dibuktikan oleh  $R_0 > 1$  dimana penyakit FLS akan mewabah dalam waktu tertentu.

### 3.3 Interpretasi Model Matematika Penyebaran Penyakit FLS

Dari analisis, didapatkan 2 titik ekuilibrium: titik ekuilibrium bebas penyakit yang menunjukkan stabil asimtotik, artinya penyakit FLS akan menghilang dalam waktu tertentu dan titik ekuilibrium endemik bersifat stabil asimtotik yang mengindikasikan penyakit FLS akan mewabah dalam waktu tertentu. Penyebaran penyakit FLS dipengaruhi oleh tingginya laju penularan sekunder, laju penularan primer dan laju perpindahan spora dari tanaman terinfeksi ke populasi jamur dalam tanah, maka penyakit FLS pada populasi akan mewabah. Tingginya laju pertumbuhan dan kematian alami serta rendahnya laju

perpindahan tanaman kedelai terpapar ke tanaman kedelai terinfeksi akan mengurangi penyebaran penyakit FLS.

#### 4. KESIMPULAN

Hasil pembahasan menunjukkan bahwa model matematika penyebaran penyakit FLS berbentuk SEIRB. Dari proses analisis menghasilkan 2 titik ekuilibrium: titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik. Titik ekuilibrium bebas penyakit bersifat stabil asimtotik apabila  $R_0 < 1$  dan titik ekuilibrium endemik eksis jika dan hanya jika  $\alpha N \gamma \geq (\mu + \gamma)(\mu + \delta)$  dan bersifat stabil asimtotik apabila  $R_0 > 1$ . Hasil analisis melalui simulasi numerik mengindikasikan tingginya laju penularan sekunder, laju penularan primer dan laju perpindahan spora dari tanaman terinfeksi ke populasi jamur dalam tanah, maka penyakit FLS pada populasi akan mewabah. Tingginya laju pertumbuhan dan kematian alami serta rendahnya laju perpindahan tanaman kedelai terpapar ke tanaman kedelai terinfeksi akan mengurangi penyebaran penyakit FLS.

#### REFERENSI

- [1] M. Ndii, *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi dan Penyebaran Penyakit: Teori, Aplikasi, dan Numerik*. Yogyakarta: Deepublish, 2018.
- [2] S. Birnadi, "Pengaruh Pengolahan Tanah dan Pupuk Organik Bokashi Terhadap Pertumbuhan dan Hasil Tanaman Kedelai (*Glycine max L.*) Kultivar Wilis," vol. 8, pp. 29–46, 2014.
- [3] I. Isnaini, A. Rasyad, and D. O. Fianda, "Keragaan Kedelai (*Glycine max (L) merril*) Generasi M1 Varietas Anjasmoro Hasil Radiasi Sinar Gamma," *J. Agroteknologi*, vol. 11, no. 1, p. 39, Aug. 2020, doi: 10.24014/ja.v11i1.9345.
- [4] Kementerian Pertanian, *Analisis Kinerja Perdagangan Kedelai*. Jakarta: Pusat Data dan Sistem Informasi Sekretariat Jenderal, 2023.
- [5] Badan Pusat Statistik, "Buletin Statistik Perdagangan Luar Negeri," 2024.
- [6] Sopialena, *Segitiga Penyakit Tanaman*. Samarinda: Mulawarman University Press, 2017.
- [7] J. P. Barro, D. L. Neves, E. M. Del Ponte, and C. A. Bradley, "Frogeye leaf spot caused by *Cercospora sojina*: A review," Aug. 01, 2023, *Springer Science and Business Media Deutschland GmbH*. doi: 10.1007/s40858-023-00583-8.
- [8] N. Anggiani, M. Djaeni, and S. Takaya, "Response of some soybean varieties on *Cercospora sojina* Hara the causal fungus of frog-eye leaf spot disease," S. Hardjosumasi, M. Machmud, U. Kartasasmita, and A. Kurnia, Eds., Bogor: BALITTAN, Feb. 1989, pp. 383–387.
- [9] N. Saleh and Hardaningsih, *Pengendalian penyakit terpadu pada tanaman kedelai*. Malang: Balai Penelitian Tanaman Kacang-kacangan dan Umbi-umbian, 2016.
- [10] C. D. Cruz and A. E. Dorrance, "Characterization and Survival of *Cercospora sojina* in Ohio," *Plant Heal. Prog.*, vol. 10, no. 1, Jan. 2009, doi: 10.1094/php-2009-0512-03-rs.
- [11] K. Wise and M. Newman, "Frogeye leaf spot. In: Hartman GL, Rupe JC, Sikora EJ, Domier LL, Davis JA, Steffey KL (eds) Compendium of Soybean Diseases and Pests," *Am. Phytopathol. Soc.*, pp. 43–45, 2015.
- [12] D. Phillips, "Frogeye leaf spot in G.L. Hartman, J.B. Compendium of Soybean Disease.4th," *Am. Phytopathol.*, pp. 20–21, 1999.
- [13] Huang Chunyan *et al.*, "Study on forecasting the epidemiologyof frogeye leaf spot and yield loss in soybean," *Soybean Sci.*, vol. 17, pp. 48–52, 1998.
- [14] C. Yang and J. Wang, "A mathematical model for frogeye leaf spot epidemics in soybean," *Math. Biosci. Eng.*, vol. 21, no. 1, pp. 1144–1166, 2024, doi: 10.3934/mbe.2024048.