

Perhitungan Cadangan Premi Tahunan Retrospektif dan Prospektif pada Asuransi Jiwa Berjangka Kasus *Joint Life* Menggunakan Metode Fackler

Amalia Muradina, Media Rosha

Departemen Matematika, Universitas Negeri Padang

Article Info

Article history:

Received July 31, 2025
Revised September 2, 2025
Accepted September 12, 2025

Keywords:

Premium Reserve
Term Life Insurance
Prospective Reserve
Retrospective Reserve
Fackler Method

Kata Kunci:

Cadangan Premi
Asuransi Jiwa Berjangka
Cadangan Prospektif
Cadangan Retrospektif
Metode Fackler

ABSTRACT

The main problem faced by insurance companies is the imbalance between the premiums received and the expenses that must be borne according to the provisions of the policy. This results in a shortage of funds that leads to financial losses. As a solution, insurance companies need to provide a reserve fund known as a premium reserve. Based on this, the purpose of this study is: to create a retrospective and prospective annual premium reserve calculation for term life insurance in the case of joint life for two insured persons using the Fackler method. The stages used in the study start from the formation of a joint mortality table, forming a joint term life annuity formula, calculating the single premium and annual net premium for term life insurance with a joint life case, so that finally the premium reserve calculation is carried out. The results show that the annual premium reserves calculated using both methods yield identical values, increasing over the first 13 years and decreasing in the final 2 years of the policy term.

ABSTRAK

Permasalahan utama yang dihadapi oleh perusahaan asuransi adalah ketidakseimbangan antara premi yang diterima dengan beban pengeluaran yang harus ditanggung sesuai ketentuan dalam polis. Sehingga mengalami kekurangan dana yang berujung pada kerugian finansial. Sebagai solusinya, perusahaan asuransi perlu menyediakan dana cadangan yang dikenal sebagai cadangan premi. Atas dasar permasalahan tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menyusun perhitungan cadangan premi tahunan, baik secara retrospektif maupun prospektif, pada asuransi jiwa berjangka dengan kasus *joint life* untuk dua peserta asuransi menggunakan metode Fackler. Tahapan yang digunakan dalam penelitian dimulai dari pembentukan tabel mortalitas gabungan, membentuk formula anuitas hidup gabungan berjangka, perhitungan premi tunggal dan premi bersih tahunan untuk asuransi jiwa berjangka dengan kasus *joint life*, sehingga pada akhirnya dilakukan perhitungan cadangan preminya. Hasil menunjukkan bahwa nilai cadangan premi tahunan dari kedua metode memberikan hasil yang sama, meningkat selama 13 tahun pertama dan menurun pada 2 tahun terakhir masa polis.

This is an open access article under the [CC BY-SA](#) license.



Penulis Korespondensi:

Amalia Muradina

Departemen Matematika, Universitas Negeri Padang,

1. PENDAHULUAN

Seiring waktu, setiap individu berupaya untuk meraih kestabilan dan perlindungan finansial bagi diri sendiri, keluarga, maupun pihak lain yang menjadi tanggungannya. Meskipun demikian, kestabilan keuangan tidak selalu dapat dipastikan, karena terdapat berbagai faktor yang bisa memicu risiko atau permasalahan, seperti bencana atau kecelakaan yang berpotensi menyebabkan kecacatan bahkan kematian [1]. Salah satu upaya untuk mengantisipasi risiko tersebut adalah melalui produk perlindungan, seperti asuransi yang ditawarkan oleh perusahaan asuransi. Perlindungan atas risiko kematian individu dalam dunia asuransi dikenal sebagai asuransi jiwa [2]. Jenis asuransi yang diikuti adalah asuransi berjangka, di mana benefit dibayarkan apabila peserta asuransi meninggal dunia dalam jangka waktu n tahun sejak perjanjian diterbitkan. Sebaliknya, apabila peserta asuransi masih hidup setelah jangka waktu tersebut berakhir, maka tidak ada manfaat yang diberikan [3].

Asuransi jiwa tidak hanya ditujukan bagi satu peserta, melainkan juga dapat diperluas untuk dua peserta atau lebih. Keunggulan asuransi ini dengan cakupan lebih dari satu peserta diklasifikasikan menurut jumlah peserta yang diasuransikan dapat dijamin dalam satu polis yang sama, serta efisiensi biaya, khususnya dalam tata kelola dan strategi pemasaran [4]. Dalam asuransi *multiple life*, dikenal dua istilah yang ditentukan berdasarkan kondisi kematian para peserta asuransi, yakni *joint life* dan *last survivor* [5]. Dalam penelitian ini, asuransi jiwa yang digunakan yaitu dengan kasus *joint life* adalah jenis asuransi yang mencakup lebih dari satu peserta sebagai tertanggung, manfaat asuransi diberikan apabila salah satu dari mereka meninggal dunia [6]. Agar dapat memperoleh manfaat pertanggungan sesuai dengan ketentuan perjanjian asuransi, peserta asuransi diwajibkan membayar premi, yaitu dana disetorkan kepada pihak penanggung dalam periode tertentu. Premi dalam perjanjian asuransi dapat dibayarkan sekaligus maupun secara berkala. Pembayaran premi asuransi dapat dilakukan baik secara *lump sum* maupun periodik, dengan pilihan periode bulanan, triwulanan, enam bulanan, atau tahunan. [7].

Salah satu tantangan yang dihadapi perusahaan asuransi adalah ketidakseimbangan antara premi yang diterima dan pengeluaran perusahaan, baik untuk operasional rutin maupun pembayaran santunan sesuai perjanjian polis asuransi. Perusahaan asuransi jiwa umumnya akan membayar klaim apabila terjadi musibah atau kematian. Namun, pada akhir masa polis, risiko yang ditanggung perusahaan meningkat karena bertambahnya usia tertanggung, yang berbanding lurus dengan peningkatan risiko kematian. Akibat dari ketidakseimbangan keuangan tersebut, perusahaan asuransi dapat mengalami kekurangan dana yang berujung pada kerugian finansial yang besar. Jika masalah ini tidak segera ditangani, kondisi ini dapat menghambat kemampuan perusahaan dalam memenuhi kewajiban pembayaran klaim,

Untuk mengatasi kekurangan dana yang mungkin terjadi pada tahun-tahun awal masa pertanggungan, perusahaan asuransi perlu melakukan estimasi yang cermat terhadap premi yang diterima serta manfaat asuransi yang akan dibayarkan. Sebagai langkah antisipasi, perusahaan wajib menyediakan sejumlah dana yang dikenal dengan sebutan cadangan premi yaitu perusahaan asuransi menyisihkan sejumlah dana sebagai cadangan premi sepanjang masa pertanggungan berlangsung [8]. Cadangan premi dapat dihitung dengan dua pendekatan, yaitu cadangan prospektif dan retrospektif. Prospektif merupakan cadangan yang menggunakan proyeksi ke depan, dengan cadangan premi ditentukan berdasarkan selisih antara nilai kini benefit yang akan diterima dan nilai kini premi yang masih harus disetor. [3]. Sebaliknya, cadangan retrospektif berfokus pada akumulasi historis, dalam cadangan ini, cadangan dihitung berdasarkan perbedaan antara nilai akumulasi premi yang masuk hingga periode tersebut dan nilai akumulasi manfaat yang dijanjikan. [3]. Di Indonesia, perusahaan asuransi jiwa umumnya menerapkan metode perhitungan cadangan premi yang telah disesuaikan dengan kebutuhan operasional dan regulasi. Salah satu metode yang digunakan adalah metode Fackler, yang merupakan modifikasi dari cadangan retrospektif.

Seorang aktuaris asal Amerika, David Parks Fackler, merupakan tokoh yang pertama kali memperkenalkan metode Fackler [9]. Secara konsep, metode ini merupakan pengembangan dari cadangan retrospektif, yang menghitung cadangan premi berdasarkan histori arus kas, yaitu

akumulasi penerimaan premi dan pembayaran manfaat asuransi di masa lalu [10]. Metode Fackler terbukti efektif dalam membantu perusahaan asuransi menghitung cadangan premi, terutama untuk mengantisipasi kemungkinan kelebihan klaim di masa depan. Dalam praktiknya, metode ini dimanfaatkan memperkirakan besarnya cadangan perlu disiapkan perusahaan dalam periode waktu ke depan [9]. Metode Fackler merupakan metode yang bersifat rekursif dalam menghitung cadangan premi, di mana cadangan pada tahun ke- $(t + 1)$ dihitung berdasarkan nilai cadangan pada tahun ke- (t) . Keunggulan dari metode Fackler terletak pada kemampuannya dalam menyusun cadangan premi secara bertahap dari tahun ke tahun, sehingga proses perhitungan menjadi lebih terstruktur dan transparan [9]. Di sisi lain lebih fleksibel dalam hal penyesuaian asumsi mortalitas dan pola pembayaran premi. Metode ini lebih dinamis dengan mempertimbangkan perubahan kondisi aktual dari pemegang polis dan perubahan lingkungan ekonomi. Hasil perhitungan cadangan premi dengan metode ini cenderung lebih seimbang dan tidak perlu konservatif, sehingga memberikan fleksibilitas yang lebih besar bagi perusahaan dalam pengelolaan cadangan.

Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh hasil perhitungan cadangan premi tahunan, baik secara retrospektif maupun prospektif, pada produk asuransi jiwa berjangka dengan kasus *joint life* yang melibatkan dua peserta asuransi, menggunakan metode Fackler.

2. METODE

Penelitian yang dilakukan bersifat dasar (teoretis), dengan fokus pada analisis berbagai teori yang relevan dengan topik penelitian, melalui pendekatan studi pustaka. Data yang digunakan bersal dari tabel mortalitas Indonesia yang diterbitkan oleh Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia (AAJI) pada tahun 2019. Dalam upaya menelaah permasalahan yang diangkat, tahapan-tahapan penelitian dilakukan melalui prosedur sebagai berikut:

1. Membentuk tabel mortalitas gabungan (*joint life mortality table*) dua peserta asuransi (suami dan istri).
2. Membentuk formula anuitas hidup gabungan untuk dua peserta asuransi (suami dan istri).
3. Membentuk formula premi tunggal dari asuransi jiwa berjangka kasus *joint life* untuk dua peserta asuransi (suami dan istri).
4. Membentuk formula premi bersih tahunan dari asuransi jiwa berjangka kasus *joint life* untuk dua peserta asuransi (suami dan istri).
5. Membentuk formula cadangan premi tahunan retrospektif dan prospektif pada asuransi jiwa berjangka kasus *joint life* untuk dua peserta asuransi (suami dan istri) dengan metode Fackler.
6. Mengimplementasikan formula yang telah didapatkan pada ilustrasi penerapan kasus.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Metode Fackler digunakan dalam penelitian ini sebagai dasar perhitungan cadangan, di mana pembentukan cadangan didasarkan pada premi bersih. Tahapan awal dalam penerapan metode ini meliputi penyusunan tabel mortalitas gabungan, perhitungan anuitas hidup gabungan untuk dua peserta asuransi, serta estimasi premi bersih tahunan pada asuransi jiwa berjangka dengan kasus *joint life*. Selanjutnya, dilakukan penentuan nilai cadangan retrospektif dan prospektif untuk produk asuransi jiwa berjangka kasus *joint life* dengan dua tertanggung, berdasarkan penerapan metode Fackler.

3.1. Membentuk Tabel Mortalitas Gabungan

Salah satu tabel mortalitas yang diterapkan oleh perusahaan asuransi di Indonesia adalah Tabel Mortalitas Indonesia tahun 2019, yang dikenal sebagai TMI 2019. Dalam konteks perhitungan premi bersih pada asuransi jiwa berjangka dengan kasus *joint life*, digunakan tabel mortalitas gabungan. Penyusunan tabel mortalitas gabungan ini didasarkan pada data jumlah individu yang masih hidup, jumlah yang meninggal, serta probabilitas hidup individu maupun probabilitas hidup gabungan dari dua peserta asuransi. Langkah untuk membentuk tabel mortalitas gabungan langkah awal dilakukan dengan menentukan probabilitas gabungan.

Untuk dua peserta asuransi kasus *joint life*, yaitu suami berusia x tahun dan istri berusia y tahun, diasumsikan bahwa peluang hidup masing-masing hingga n tahun bersifat independen. Dengan demikian, fungsi hidup gabungan l_{xy} dapat dinyatakan sebagai hasil kali fungsi hidup individu l_x dan l_y . Selanjutnya, probabilitas bahwa keduanya masih hidup setelah n tahun dirumuskan sebagai:

$${}_n p_{xy} = \frac{l_{x+n:y+n}}{l_{xy}} \quad (1)$$

Selain itu, dalam fungsi aktuaria tunggal terdapat peluang kematian gabungan, dinotasikan sebagai ${}_n q_{xy}$. dan diketahui bahwa hubungan antara peluang hidup dan peluang kematian memenuhi persamaan ${}_n q_{xy} + {}_n p_{xy} = 1$

3.2. Perhitungan Anuitas Hidup Gabungan

Anuitas hidup gabungan merupakan kontrak keuangan yang melibatkan dua atau lebih sebagai peserta asuransi, dengan ketentuan bahwa pembayaran premi akan dihentikan apabila salah satu dari peserta tersebut meninggal dunia. Secara umum, anuitas hidup gabungan dikelompokkan ke dalam 2 jenis, yaitu anuitas seumur hidup gabungan dan anuitas berjangka gabungan. Namun, dalam penelitian ini, pembahasan difokuskan pada perhitungan anuitas hidup gabungan berjangka.

Anuitas hidup gabungan berjangka merupakan bentuk anuitas yang diberikan sepanjang periode tertentu sesuai kesepakatan antara para peserta asuransi dan perusahaan asuransi pada saat kontrak polis disusun. Dalam kasus *joint life*, pembayaran premi akan dihentikan apabila salah satu pihak peserta asuransi dari pasangan tersebut meninggal dunia sebelum jangka waktu pertanggungan berakhir. Sesuai uraian sebelumnya, nilai kini anuitas hidup gabungan berjangka dapat dikategorikan menjadi 2, yaitu anuitas hidup gabungan awal dan anuitas hidup gabungan akhir. Namun, melalui kajian ini fokus analisis diarahkan pada perhitungan anuitas hidup gabungan awal berjangka, dengan notasi $\ddot{a}_{xy:\bar{n}}$.

Apabila jumlah pembayaran anuitas yang diterima pada awal setiap periode adalah sebesar Rp.1 dalam jangka waktu n periode, pada tingkat bunga i per periode, untuk dua orang peserta asuransi berusia x dan y tahun, sehingga perhitungannya dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{xy:\bar{n}} &= 1 + 1 \cdot v \cdot {}_1 p_{xy} + 1 \cdot v^2 \cdot {}_2 p_{xy} + \cdots + 1 \cdot v^{n-1} \cdot {}_{n-1} p_{xy} \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} v^k \cdot {}_k p_{xy} \end{aligned} \quad (2)$$

Berdasarkan persamaan (1) menjadi,

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{xy:\bar{n}} &= 1 \left(\frac{v^{\frac{x+y}{2}} \cdot l_{xy} + v^{\frac{(x+y)+1}{2}} \cdot l_{x+1:y+1} + v^{\frac{(x+y)+2}{2}} \cdot l_{x+2:y+2} + \cdots + v^{\frac{(x+y)+n-1}{2}} \cdot l_{x+n-1:y+n-1}}{v^{\frac{x+y}{2}} \cdot l_{xy}} \right) \\ \ddot{a}_{xy:\bar{n}} &= 1 \left(\frac{D_{xy} + D_{x+1:y+1} + D_{x+2:y+2} + \cdots + D_{x+n-1:y+n-1}}{D_{xy}} \right) \\ &= 1 \left(\frac{N_{xy} - N_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

dengan:

- $\ddot{a}_{xy:\bar{n}}$: Nilai sekarang dari anuitas hidup gabungan yang dibayarkan di awal periode selama n tahun untuk dua peserta masing-masing berusia x dan y tahun.
- ${}_t p_{xy}$: Probabilitas bahwa dua peserta masing-masing berusia x dan y tetap hidup hingga t tahun.
- D_{xy} : Notasi komutasi yang menunjukkan hasil kali antara faktor diskon $v^{\frac{x+y}{2}}$ dan fungsi kelangsungan hidup gabungan dua peserta berusia x dan y .
- N_{xy} : Notasi komutasi yang merepresentasikan akumulasi atau total dari nilai D_{xy} .

3.3. Menentukan Premi Tunggal Asuransi *Joint Life* Berjangka

Premi tunggal didefinisikan sebagai bentuk pembayaran premi yang dibayarkan sekaligus di awal perjanjian polis dan tidak memerlukan pembayaran tambahan di periode berikutnya. Dalam asuransi jiwa berjangka *joint life*, premi tunggal ini dinyatakan pada notasi $A_{\bar{x}\bar{y}:\bar{n}}^1$.

Misalkan terdapat sebanyak l_{xy} individu yang secara simultan mengikuti program asuransi jiwa ini, maka total premi yang dikumpulkan adalah sebesar $l_{xy}A_{\bar{x}\bar{y}:\bar{n}}^1$. Dengan mempertimbangkan tingkat bunga sebesar i selama periode n tahun, nilai premi untuk kasus ini diberikan menggunakan persamaan $l_{xy}A_{\bar{x}\bar{y}:\bar{n}}^1(1+i)^n$. Dari jumlah tersebut, diasumsikan terdapat d_{xy} individu dari l_{xy} yang meninggal dalam interval antara usia x hingga $(x+1)$, sehingga total manfaat asuransi yang dibayarkan selama satu tahun adalah sebesar d_{xy} . Dengan demikian, premi tunggal bersih untuk asuransi jiwa berjangka *joint life* selama n tahun untuk dua peserta asuransi masing-masing berusia x dan y , dengan manfaat asuransi sebesar B rupiah, dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 A_{\bar{x}\bar{y}:\bar{n}}^1 &= B \frac{v \cdot d_{xy}}{l_{xy}} + B \frac{v^2 \cdot d_{x+1:y+1}}{l_{xy}} + \cdots + B \frac{v^n \cdot d_{x+n-1:y+n-1}}{l_{xy}} \\
 &= B \frac{v^{\frac{(x+y)+1}{2}} \cdot d_{xy} + v^{\frac{(x+y)+2}{2}} \cdot d_{x+1:y+1} + \cdots + v^{\frac{(x+y)+n}{2}} \cdot d_{x+n-1:y+n-1}}{v^{\frac{x+y}{2}} \cdot l_{xy}} \\
 &= B \frac{C_{xy} + C_{x+1:y+1} + \cdots + C_{x+n-1:y+n-1}}{D_{xy}} \\
 A_{\bar{x}\bar{y}:\bar{n}}^1 &= B \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n}}{D_{xy}}
 \end{aligned} \tag{4}$$

dengan:

$A_{\bar{x}\bar{y}:\bar{n}}^1$: Nilai sekarang dari santunan (premi tunggal bersih) pada produk asuransi jiwa berjangka *joint life* dengan masa pertanggungan n tahun untuk dua peserta berusia x dan y .

B : Besar santunan.

M_{xy} : Simbol komutasi yang menyatakan jumlahan dari C_{xy} .

3.4. Menentukan Premi Bersih Tahunan Asuransi *Joint Life* Berjangka

Premi ini merupakan sejumlah pembayaran yang dibebankan kepada dua peserta asuransi dan dilakukan setiap tahun guna memperoleh manfaat asuransi apabila salah satu di antara keduanya meninggal dunia atau hingga berakhirnya masa pertanggungan.

Premi tahunan untuk produk asuransi jiwa berjangka dengan skema *joint life* selama n tahun, pada dua peserta asuransi masing-masing berusia x dan y , dengan manfaat asuransi senilai B rupiah, dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 P_{\bar{x}\bar{y}:\bar{n}}^1 &= \frac{A_{\bar{x}\bar{y}:\bar{n}}^1}{\ddot{a}_{\bar{x}\bar{y}:\bar{n}}} \\
 &= B \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \\
 &= B \frac{N_{xy} - N_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \\
 &= B \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n}}{N_{xy} - N_{x+n:y+n}}
 \end{aligned} \tag{5}$$

dengan:

$P_{\bar{x}\bar{y}:\bar{n}}^1$: Premi tahunan pada asuransi *joint life* berjangka n tahun untuk dua peserta asuransi berusia x dan y tahun.

3.5 Cadangan Retrospektif Dan Prospektif Pada Asuransi Jiwa Berjangka *Joint Life*

3.5.1 Cadangan Retrospektif

Cadangan retrospektif didefinisikan sebagai cadangan yang perhitungannya didasarkan atas aliran kas dan premi yang telah terjadi di periode sebelumnya atau kepada apa yang telah dilaksanakan.

Cadangan retrospektif untuk asuransi jiwa berjangka *joint life* untuk dua peserta asuransi dengan usia x dan y tahun dengan masa pertanggungan n tahun sehingga:

$${}_tV_{xy:\bar{n}}^1 = P_{xy:\bar{n}}^1 \ddot{a}_{x+t,y+t:\bar{n-t}} - \frac{A_{x+t,y+t:\bar{n-t}}^1}{{}_tE_{xy}} \quad (6)$$

Akibatnya, diperoleh cadangan retrospektif untuk asuransi jiwa berjangka *joint life* untuk dua peserta asuransi dengan usia x dan y tahun dengan masa pertanggungan n tahun

$$\begin{aligned} {}_tV_{xy:\bar{n}}^1 &= P_{xy:\bar{n}}^1 \frac{N_{xy} - N_{x+n:y+n}}{D_{x+t,y+t}} - \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n}}{D_{x+t,y+t}} \\ &= \frac{P_{xy:\bar{n}}^1 (N_{xy} - N_{x+n:y+n}) - (M_{xy} - M_{x+n:y+n})}{D_{x+t,y+t}} \end{aligned} \quad (7)$$

3.5.2 Cadangan Prospektif

Cadangan prospektif merupakan cadangan yang merujuk pada waktu estimasi kewajiban di masa masa mendatang. Cadangan prospektif untuk asuransi jiwa berjangka *joint life* untuk dua peserta asuransi dengan usia x dan y tahun dengan masa pertanggungan n tahun sehingga:

$${}_tV_{xy:\bar{n}}^1 = A_{x+t,y+t:\bar{n-t}}^1 - P_{xy:\bar{n}}^1 \dot{a}_{x+t,y+t:\bar{n-t}} \quad (8)$$

Akibatnya, diperoleh cadangan prospektif untuk asuransi jiwa berjangka *joint life* untuk dua peserta asuransi dengan usia x dan y tahun dengan masa pertanggungan n tahun

$${}_tV_{xy:\bar{n}}^1 = \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n}}{D_{xy}} - P_{xy:\bar{n}}^1 \left[\frac{N_{xy} - N_{x+n:y+n}}{D_{xy}} \right] \quad (9)$$

3.6 Membentuk Formula Cadangan Premi Tahunan Asuransi Jiwa Berjangka Kasus *Joint Life* Dengan Metode Fackler

Metode Fackler dikembangkan berdasarkan pendekatan cadangan retrospektif dan digunakan untuk menghitung cadangan premi bersih, yakni cadangan yang tidak memasukkan komponen biaya operasional. Penerapan metode ini penting dalam perhitungan cadangan premi bersih secara berurutan untuk beberapa tahun ke depan. Adapun premi bersih tahunan pada asuransi jiwa berjangka selama n tahun bagi dua peserta asuransi masing-masing berusia x dan y tahun, diberi notasi $P_{xy:\bar{n}}^1$.

3.6.1 Cadangan Retrospektif

Rumus dalam metode Fackler diturunkan dari rumus umum cadangan retrospektif. Dengan demikian, pemahaman atas rumus umum cadangan retrospektif menjadi landasan dalam menurunkan rumus Fackler. Dalam konteks cadangan retrospektif, cadangan akhir diartikan sebagai perbedaan nilai antara nilai kini dari setoran premi yang sudah disetor di masa lalu dan nilai kini dari klaim atau santunan yang telah dilunasi.

Secara matematis dapat dituliskan rumus umum cadangan retrospektif untuk dua peserta asuransi berusia x dan y tahun seperti pada persamaan (7) yaitu:

$${}_tV_{xy:\bar{n}}^1 = P_{xy:\bar{n}}^1 \frac{N_{xy} - N_{x+t:y+t}}{D_{x+t,y+t}} - \frac{M_{xy} - M_{x+n:y+n}}{D_{x+t,y+t}}$$

Selanjutnya, mensubstitusikan ${}_tu_{xy} = \frac{N_{xy} - N_{x+t:y+t}}{D_{x+t,y+t}}$ dan ${}_tk_{xy} = \frac{M_{xy} - M_{x+t:y+t}}{D_{x+t,y+t}}$ menjadi

$${}_tV_{xy:\bar{n}}^1 = P_{xy:\bar{n}}^1 {}_tu_{xy} - {}_tk_{xy} \quad (10)$$

Berdasarkan rumus umum cadangan retrospektif yang telah dijelaskan sebelumnya, diasumsikan bahwa manfaat asuransi sebesar Rp 1, dengan premi bersih tahunan yang dihitung menggunakan satuan rupiah dan dilambangkan dengan simbol P . Selanjutnya, d_x menggambarkan banyaknya individu yang wafat pada usia x tahun. Sedangkan l_x menggambarkan banyaknya individu yang masih hidup di usia x tahun dan l_{x+1} menunjukkan banyaknya individu yang bertahan hidup di usia $x + 1$ tahun, cadangan akhir tahun pertama yang dinotasikan dengan ${}_1V$ sebagai berikut:

$${}_1V = \frac{l_{xy} \cdot P(1 + i) - B \cdot d_{xy}}{l_{x+1:y+1}} \quad (11)$$

Di mana $(1 + i)$ merupakan faktor diskonto yang dipakai dalam menghitung nilai kini dari suatu pembayaran (v) dan i menyatakan tingkat suku bunga. Dalam bentuk matematis, hal ini dirumuskan sebagai:

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{(1 + i)} \\ v^{-1} &= (1 + i) \end{aligned} \quad (12)$$

Langkah selanjutnya adalah mengalihkan bentuk cadangan retrospektif ke dalam rumus perhitungan cadangan premi menggunakan metode Fackler.

Berdasarkan penurunan nilai cadangan pada akhir tahun pertama sebagaimana tercantum dalam persamaan (11), yang berasal dari pendekatan retrospektif, maka nilai cadangan pada akhir tahun ke- t dengan manfaat asuransi sebesar B dapat dinyatakan sebagai berikut:

$${}_1V = \frac{l_{x+t-1:y+t-1} \cdot {}_{t-1}V + l_{x+t-1:y+t-1} \cdot P(1 + i) - B \cdot d_{x+t-1:y+t-1}}{l_{x+1:y+1}} \quad (13)$$

Penelitian ini berfokus pada asuransi jiwa berjangka, sehingga menjadi

$${}_tV_{xy:\bar{n}}^1 = \frac{l_{x+t-1:y+t-1} \cdot {}_{t-1}V + l_{x+t-1:y+t-1} \cdot P_{xy:\bar{n}}^1(1 + i) - B \cdot d_{x+t-1:y+t-1}}{l_{x+1:y+1}} \quad (14)$$

Mengacu pada asumsi dalam metode Fackler, nilai cadangan yang dihitung merupakan nilai cadangan di akhir periode berikutnya. Dengan kata lain, perhitungan difokuskan pada cadangan untuk tahun ke- $t + 1$, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_{t+1}V_{xy:\bar{n}}^1 &= \frac{l_{x+(t+1)-1:y+(t+1)-1} \cdot {}_{(t+1)-1}V + l_{x+(t+1)-1:y+(t+1)-1} \cdot P_{xy:\bar{n}}^1(1 + i) - B \cdot d_{x+(t+1)-1:y+(t+1)-1}}{l_{x+(t+1):y+(t+1)}} \\ &= \frac{l_{x+t:y+t} \cdot {}_tV_{xy:\bar{n}}^1 + l_{x+t:y+t} \cdot P_{xy:\bar{n}}^1(1 + i) - B \cdot d_{x+t:y+t}}{l_{x+t+1:y+t+1}} \end{aligned} \quad (15)$$

Substitusikan persamaan (12) ke persamaan (15), diperoleh

$${}_{t+1}V_{xy:\bar{n}}^1 = \frac{l_{x+t:y+t} \cdot {}_tV_{xy:\bar{n}}^1 + l_{x+t:y+t} \cdot P_{xy:\bar{n}}^1 v^{-1} - B \frac{d_{x+t:y+t}}{l_{x+t+1:y+t+1}}}{l_{x+t+1:y+t+1}}$$

Untuk mempermudah perhitungan, masing-masing dikalikan dengan $\frac{v^{x+t+1:y+t+1}}{v^{x+t+1:y+t+1}}$, sehingga menjadi

$$\begin{aligned} {}_{t+1}V_{xy:\bar{n}}^1 &= \left(\frac{v^{x+t+1:y+t+1}}{v^{x+t+1:y+t+1}} \cdot \frac{l_{x+t:y+t} \cdot {}_tV_{xy:\bar{n}}^1 + P_{xy:\bar{n}}^1 v^{-1}}{l_{x+t+1:y+t+1}} \right) - B \left(\frac{v^{x+t+1:y+t+1}}{v^{x+t+1:y+t+1}} \cdot \frac{d_{x+t:y+t}}{l_{x+t+1:y+t+1}} \right) \\ &= \frac{v^{x+t:y+t} \cdot v \cdot l_{x+t:y+t} \cdot {}_tV_{xy:\bar{n}}^1 + P_{xy:\bar{n}}^1 v^{-1}}{v^{x+t+1:y+t+1} \cdot l_{x+t+1:y+t+1}} - B \frac{v^{x+t+1:y+t+1} d_{x+t:y+t}}{v^{x+t+1:y+t+1} \cdot l_{x+t+1:y+t+1}} \end{aligned} \quad (16)$$

dengan mensubstitusikan, $D_{x+t:y+t} = v^{x+t:y+t} l_{x+t:y+t}$ dan $C_{x+t:y+t} = v^{x+t+1:y+t+1} d_{x+t:y+t}$ ke persamaan (16) diperoleh:

$$\begin{aligned} {}_{t+1}V_{xy:\bar{n}}^1 &= \frac{D_{x+t:y+t} ({}_tV_{xy:\bar{n}}^1 + P_{xy:\bar{n}}^1 v^{-1})}{D_{x+t+1:y+t+1}} - B \left(\frac{C_{x+t:y+t}}{D_{x+t+1:y+t+1}} \right) \\ {}_{t+1}V_{xy:\bar{n}}^1 &= ({}_tV_{xy:\bar{n}}^1 + P_{xy:\bar{n}}^1) \frac{D_{x+t:y+t}}{D_{x+t+1:y+t+1}} - B \left(\frac{C_{x+t:y+t}}{D_{x+t+1:y+t+1}} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

substitusikan $u_{x+t:y+t} = \frac{D_{x+t:y+t}}{D_{x+t+1:y+t+1}}$ dan $k_{x+t:y+t} = \frac{C_{x+t:y+t}}{D_{x+t+1:y+t+1}}$ ke persamaan (17) maka menjadi:

$${}_{t+1}V_{xy:\bar{n}}^1 = u_{x+t:y+t} ({}_tV_{xy:\bar{n}}^1 + P_{xy:\bar{n}}^1) - B \cdot k_{x+t:y+t}$$

atau

$${}_{t+1}V_{xy:\bar{n}}^1 = ({}_tV_{xy:\bar{n}}^1 + P_{xy:\bar{n}}^1) \cdot u_{x+t:y+t} - B \cdot k_{x+t:y+t} \quad (18)$$

dengan:

${}_{t+1}V_{xy:\bar{n}}^1$: Cadangan akhir retrospektif asuransi jiwa berjangka untuk dua peserta asuransi berusia x dan y tahun pada tahun ke- $t + 1$.

${}_tV_{xy:\bar{n}}^1$: Cadangan premi tahunan asuransi jiwa berjangka untuk dua peserta asuransi berusia x dan y tahun pada tahun ke- t

- $P_{xy:\bar{n}}^1$: Premi bersih tahunan untuk dua peserta asuransi berusia x dan y tahun dengan jangka pertanggungan n tahun
- $u_{x+t:y+t}$: Besar dana total yaitu nilai premi beserta bunganya dimulai dari $x + t$ tahun dan $y + t$ tahun sejak polis dikeluarkan.
- $k_{x+t:y+t}$: Premi bersih tunggal atau biaya asuransi dalam arti teknis beserta bunganya dimulai dari $x + t$ tahun dan $y + 1$ tahun.

3.6.2 Cadangan Prospektif

Cadangan prospektif dengan metode Fackler merupakan pendekatan perhitungan cadangan yang didasarkan pada estimasi nilai kini dari manfaat yang akan dibayarkan dan premi yang akan diterima di masa depan. Metode ini mempertimbangkan usia gabungan dari dua peserta asuransi serta probabilitas kelangsungan hidup gabungan dalam kontrak asuransi jiwa *joint life* dengan pembayaran manfaat pada kematian pertama (*first death*). Dalam konteks ini, metode Fackler menghitung selisih antara nilai kini manfaat yang dijanjikan dan nilai kini premi yang masih harus dibayar. Untuk produk asuransi jiwa berjangka dengan masa pertanggungan selama n tahun, dua peserta asuransi masing-masing berusia x dan y , dan manfaat dibayarkan saat salah satu meninggal dunia, maka cadangan pada tahun ke- t dapat dihitung yaitu:

$$tV_{x+t,y+t:\bar{n}-t}^1 = BA_{x+t,y+t:\bar{n}-t}^1 - P_{xy:\bar{n}}^1 \ddot{a}_{x+t,y+t:\bar{n}-t}$$

Secara matematis berdasarkan persamaan rumus komutasi dapat dituliskan rumus secara umum cadangan prospektif untuk asuransi jiwa berjangka *joint life* untuk dua peserta asuransi dengan usia x dan y tahun dengan masa pertanggungan n tahun sebagai berikut:

$$tV_{x+t,y+t:\bar{n}-t}^1 = B \left(\frac{M_{x+t,y+t} - M_{x+t:n-t,y+t:n-t}}{D_{x+t,y+t}} \right) - P_{xy:\bar{n}}^1 \left(\frac{N_{x+t,y+t} - N_{x+t:n-t,y+t:n-t}}{D_{x+t,y+t}} \right) \quad (19)$$

dengan:

- $tV_{x+t,y+t:\bar{n}-t}^1$: Cadangan pada waktu t asuransi jiwa berjangka untuk dua peserta berusia x dan y tahun.
- $A_{x+t,y+t:\bar{n}-t}^1$: Nilai sekarang dari benefit yang akan disediakan .
- $P_{xy:\bar{n}}^1 \ddot{a}_{x+t,y+t:\bar{n}-t}$: Nilai sekarang dari premi yang akan dibayarkan .

3.7 Ilustrasi Penerapan Kasus

Pak Johan, seorang tenaga kerja swasta berumur 33 tahun berniat memiliki polis asuransi jiwa berjangka bersama istrinya, Ibu Fatmawati yang berusia 29 tahun disalah satu perusahaan asuransi di kota tersebut. Suatu perusahaan asuransi menawarkan salah satu produk asuransi jiwa berjangka *joint life*. Ketentuan dalam polis seperti yang telah disepakati oleh Pak Johan bersama istrinya dan perusahaan asuransi untuk jenis asuransi yang diikuti asuransi jiwa berjangka dengan pembayaran premi dilakukan setiap awal tahun selama 10 tahun dengan jangka waktu perlindungan 15 tahun, nilai klaim yang diterima oleh ahli waris ketika Pak Johan atau istrinya meninggal dunia adalah Rp. 1.130.000.000. Perhitungan cadangan akhir tahun kelima dilakukan menggunakan metode Fackler untuk produk asuransi jiwa berjangka *joint life*, tingkat suku bunga 5,75% serta mengacu pada Tabel Mortalitas Indonesia IV 2019.

Berdasarkan kasus di atas, diasumsikan bahwa $x = 33, y = 29, n = 15, m = 10, B = Rp. 1.130.000$ dan $i = 0,0575$. Langkah awal untuk menghitung nilai tunai pembayaran pertama v , kemudian nilai dari $D_{xy}, C_{xy}, N_{xy}, M_{xy}$ untuk mendapatkan nilai dari anuitas hidup gabungan, premi tunggal, dan premi tahunannya.

3.7.1 Perhitungan anuitas hidup gabungan awal berjangka

Perhitungan anuitas hidup gabungan awal berjangka 10 tahun untuk dua peserta asuransi yaitu berusia 33 tahun untuk laki-laki dan 29 tahun untuk perempuan dapat menggunakan persamaan (3) sehingga

$$\ddot{a}_{33,29:\bar{10}} = \left(\frac{N_{33,29} - N_{33+10,29+10}}{D_{33,29}} \right)$$

$$= \left(\frac{27647024430 - 14223713408}{1716584546} \right) \\ = 7,819778556$$

3.7.2 Perhitungan premi tunggal asuransi jiwa *joint life*

Perhitungan premi tunggal asuransi jiwa *joint life* untuk dua peserta asuransi yang berusia 33 tahun untuk laki-laki dan 29 tahun untuk perempuan dengan jangka waktu perlindungan 15 tahun dengan menggunakan persamaan (4) sehingga

$$A_{33,29:15}^1 = \left(\frac{M_{33,29} - M_{48,44}}{D_{33,29}} \right) \\ = \left(\frac{213318441,1 - 169761866,2}{1716584546} \right) \\ = 0,025373976$$

3.7.3 Perhitungan premi tahunan *joint life* berjangka.

Perhitungan premi bersih yang dibayarkan tertanggung setiap awal tahun pada asuransi *joint life* untuk dua peserta asuransi berusia 33 tahun untuk laki-laki dan 29 tahun untuk perempuan dengan jangka waktu perlindungan 15 tahun dimana,

Nilai tunai premi = Nilai tunai santunan

$$P_{33,29:\bar{10}}^1 \ddot{a}_{33,29:\bar{10}} = BA_{33,29:15}^1$$

Jika santunan (B) yang akan diterima sebesar Rp. 1.130.000.000, maka

$$P_{33,29:\bar{10}}^1 = B \left(\frac{A_{33,29:15}^1}{\ddot{a}_{33,29:\bar{10}}} \right) \\ = Rp. 1.130.000.000 \left(\frac{0,025373976}{7,819778556} \right) \\ = Rp. 3.666.676$$

3.7.4 Menghitung cadangan premi tahunan retrospektif dan prospektif untuk asuransi jiwa berjangka 15 tahun pada kasus *joint life* dengan metode Fackler cadangan akhir untuk lima tahun terakhir untuk laki-laki berusia 33 tahun dan perempuan berusia 29 tahun. Perhitungan cadangan premi metode Fackler pada tahun pertama dengan $t = 0$, premi tahunan yang telah diperoleh sebesar Rp. 3.666.676 maka hasil perhitungan dapat dilihat pada tabel 1.

Tabel 1. Hasil Perhitungan nilai cadangan premi tahunan retrospektif dan prospektif pada asuransi jiwa berjangka kasus *joint life*.

tV	x	y	$P_{4540:\bar{20}}^1$	$t+1V_{xy:\bar{n}}^1$	$tV_{x+t,y+t:\bar{n}-\bar{t}}^1$
${}_1V$	33	29	Rp. 3.666.676	Rp. 2.242.807	Rp. 2.242.807
${}_2V$	34	30	Rp. 3.666.676	Rp. 4.505.385	Rp. 4.505.385
${}_3V$	35	31	Rp. 3.666.676	Rp. 6.766.877	Rp. 6.766.877
${}_4V$	36	32	Rp. 3.666.676	Rp. 9.016.544	Rp. 9.016.544
${}_5V$	37	33	Rp. 3.666.676	Rp. 11.220.678	Rp. 11.220.678
${}_6V$	38	34	Rp. 3.666.676	Rp. 13.366.094	Rp. 13.366.094
${}_7V$	39	35	Rp. 3.666.676	Rp. 15.394.213	Rp. 15.394.213
${}_8V$	40	36	Rp. 3.666.676	Rp. 17.276.592	Rp. 17.276.592
${}_9V$	41	37	Rp. 3.666.676	Rp. 18.971.960	Rp. 18.971.960
${}_{10}V$	42	38	Rp. 3.666.676	Rp. 20.436.533	Rp. 20.436.533
${}_{11}V$	43	39	Rp. 3.666.676	Rp. 21.623.795	Rp. 21.623.795
${}_{12}V$	44	40	Rp. 3.666.676	Rp. 22.450.911	Rp. 22.450.911
${}_{13}V$	45	41	Rp. 3.666.676	Rp. 22.862.939	Rp. 22.862.939

tV	x	y	$P_{4540:\overline{20}}^1$	$t+1V_{xy:\overline{n}}^1$	$tV_{x+t,y+t:\overline{n-t}}^1$
$_{14}V$	46	42	Rp. 3.666.676	Rp. 22.756.649	Rp. 22.756.649
$_{15}V$	47	43	Rp. 3.666.676	Rp. 22.065.968	Rp. 22.065.968

Berdasarkan Tabel 1 diatas merupakan hasil perhitungan cadangan retrospektif dan prospektif Fackler pada asuransi jiwa berjangka kasus *joint life* untuk dua peserta asuransi (suami dan istri) dengan usia 33 tahun dan 29 tahun tersebut dengan nilai yang diperoleh dari perhitungan menghasilkan nilai yang sama besar.

4 KESIMPULAN

Adapun kesimpulan dalam penelitian yang telah dilakukan melalui ilustrasi penerapan kasus maka hasil dari perhitungan nilai cadangan premi tahunan retrospektif dan prospektif pada asuransi jiwa berjangka 15 tahun sebesar Rp. 1.130.000.000 kasus *joint life* untuk dua peserta asuransi berumur 33 tahun untuk laki-laki dan 29 tahun untuk perempuan dengan menggunakan metode Fackler akan menghasilkan nilai cadangan yang sama. Besar nilai cadangan dengan kedua metode tersebut akan terus bertambah selama 13 tahun pertama, dan selanjutnya akan menyusut pada 2 tahun terakhir.

REFERENSI

- [1] D. Revani, M. A., Wilandari, Y., & Ispriyanti, "Penentuan Cadangan Disesuaikan Dengan Metode Illinois Pada Asuransi Jiwa Endowmen Semikontinu," pp. 147–158, 2012.
- [2] R. Kamil, "Perhitungan Cadangan Premi Tahunan Retrospektif Pada Asuransi Jiwa Berjangka Kasus Joint Life Dengan Metode Fackler," 2016.
- [3] M. Subhan, *Aktuaria*. Universitas Negeri Padang, 2019.
- [4] D. P. Sari, *Aktuaria Lanjutan*. Padang: Universitas Negeri Padang, 2020.
- [5] J. LeMaire, N. Bowers, H. Gerber, J. Hickman, D. Jones, and C. Nesbitt, "Actuarial Mathematics," 1990. doi: 10.2307/253313.
- [6] I. Catarya, *Asuransi II*. Jakarta: Universitas Terbuka, 2008.
- [7] D. Achdijad, *Teknik Pengelolaan Asuransi Jiwa*. Yogyakarta: Gunadarma, 1993.
- [8] L. A. Tarigas, "Penentuan Cadangan Premi Asuransi Jiwa Dwiguna Menggunakan Metode Full Preliminary Term Dan Premium Sufficiency," 2019.
- [9] R. K. Sembiring, *Buku Materi Pokok Asuransi I*. Jakarta: Karunika, Universitas Terbuka, 1986.
- [10] A. R. Maulida, "Perhitungan Cadangan Premi pada Asuransi Kesehatan Berjangka Perawatan Rumah Sakit Menggunakan Metode Fackler," 2021.