

Model Matematika Dinamika Persaingan Dua Partai Politik

Destiwi Ramadani, Muhammad Subhan

Departemen Matematika, Universitas Negeri Padang

Article Info

Article history:

Received February 13, 2026

Revised March 1, 2026

Accepted March 6, 2026

Keywords:

Mathematical Model

Political Parties

Differential Equations

Stability

Kata Kunci:

Model Matematika

Partai Politik

Persamaan Diferensial

Kestabilan

ABSTRACT

Democracy positions the public as the highest authority in formulating policy through electoral mechanisms. Elections serve as a democratic instrument to select leaders, with political parties playing a crucial role in organizing society and mobilizing support. The high potential for inter-party electoral migration demands strategic measures to regain constituent sympathy. This research aims to understand the dynamics of voter support shifts and political system stability through a mathematical model. The population is divided into three groups: undecided voters, supporters of Party B, and supporters of Party C. Four equilibrium points were identified: the political free equilibrium point, the equilibrium point for Party B existence, the equilibrium point for Party C existence, and the co-existence equilibrium point for both parties. Based on the simulation analysis, the results indicate that system stability depends on parameters such as the voter transition rate and inactivity factors.

ABSTRAK

Demokrasi menempatkan masyarakat sebagai pemegang otoritas tertinggi dalam merumuskan kebijakan publik melalui pemilu. Pemilu berfungsi sebagai instrumen demokratis untuk menyeleksi pemimpin, sementara partai politik berperan mengorganisasi masyarakat dan menggalang dukungan. Tingginya potensi migrasi elektoral antarpolitical menuntut langkah strategis untuk memenangkan kembali simpati konstituen. Penelitian ini bertujuan memahami dinamika pergeseran dukungan pemilih dan stabilitas sistem politik melalui model matematika. Populasi dibagi menjadi tiga kelompok: pemilih umum, pemilih partai B, dan pemilih partai C. Ditemukan empat titik ekuilibrium: titik kesetimbangan bebas politik, titik kesetimbangan eksistensi partai B, titik kesetimbangan eksistensi partai C, dan titik kesetimbangan koeksistensi kedua partai. Stabilitas sistem bergantung pada parameter seperti laju transisi pemilih dan faktor ketidakaktifan.

This is an open access article under the [CC BY-SA](#) license.



Penulis Korespondensi:

Destiwi Ramadani

Departemen Matematika, Universitas Negeri Padang

Email: destiwiramadani@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Dalam tatanan bernegara, demokrasi diartikan sebagai hak masyarakat untuk mengintervensi keputusan-keputusan yang memengaruhi hajat hidup mereka, termasuk fungsi kontrol terhadap kebijakan negara. Mengingat besarnya implikasi kebijakan tersebut bagi kehidupan warga, sistem

pemerintahan ini menyandarkan legitimasi pada kehendak rakyat. Manifestasi dari hak konstitusional ini diwujudkan melalui mekanisme pemilu sebagai sarana partisipasi politik formal. Dengan demikian, demokrasi merupakan sistem pemerintahan yang bersumber pada kedaulatan rakyat, yang memberikan hak kepada rakyat untuk menentukan kebijakan negara, termasuk melalui pemilihan umum (pemilu) [1]. Pemilu adalah proses untuk memilih orang-orang yang akan menduduki kursi pemerintahan, yang diadakan untuk mewujudkan negara yang demokratis, dengan para pemimpinnya dipilih berdasarkan suara mayoritas terbanyak [2]. Partai politik merupakan sebuah kelompok terstruktur dimana anggotanya mempunyai cita-cita yang sama. Partai politik berperan penting dalam proses ini, berfungsi untuk mengorganisasi masyarakat dan menggalang dukungan guna memenangkan pemilu [3]. Partai politik berusaha memperoleh kekuasaan politik dengan melaksanakan program-program mereka dan berperan sebagai lembaga kaderisasi serta edukasi politik yang menghasilkan pemimpin yang akan memengaruhi kebijakan di lembaga eksekutif maupun legislatif, baik di tingkat lokal maupun nasional [4].

Untuk memenangkan pemilu, sebuah partai politik harus mendapatkan dukungan yang besar dari masyarakat. Berbagai kegiatan seperti kampanye, kegiatan sosial, dan lain-lain dilakukan oleh partai politik untuk mendapatkan simpatisan. Namun, seiring waktu, dukungan terhadap partai politik dapat mengalami perubahan, baik karena berpindahnya pendukung ke partai politik lain, pemilih yang memilih untuk tidak memilih sama sekali, atau perbedaan pandangan ideologi yang terjadi akibat perubahan dalam partai atau pengaruh eksternal. Fenomena ini menunjukkan dinamika dalam sistem politik yang dapat dimodelkan secara matematis. Dinamika persaingan antarpartai politik melalui mekanisme perpindahan pemilih telah menjadi kajian penting, terutama dalam sistem demokrasi dengan banyak partai [5, 6].

Pemodelan matematika merupakan bidang matematika yang berusaha untuk mempresentasikan dan menjelaskan sistem-sistem fisik atau problem pada dunia nyata dalam pernyataan matematika, sehingga diperoleh pemahaman tentang problem dunia nyata yang lebih tepat [7]. Secara struktural, sebuah model matematika dibangun oleh variabel, parameter, dan fungsi yang merepresentasikan keterkaitan fungsional di antara komponen-komponen tersebut. Dalam pemodelan, perlu memilih hal-hal yang perlu diabaikan dan yang perlu diikuti dalam model. Secara umum, model matematika diklasifikasikan ke dalam beberapa kategori, yakni model fenomena (*phenomenological model*) dan model mekanistik (*mechanistic model*) [8]. Tujuan utama penelitian ini adalah untuk melihat model pertumbuhan dua partai politik dengan menggunakan persamaan diferensial epidemiologis tipe koinfeksi dengan asumsi bahwa individu dari kelas pemilih rentan terhadap kedua partai politik, seperti layaknya situasi dalam epidemi [9]. Kebaruan penelitian ini terletak pada integrasi laju transisi pemilih dan faktor ketidakaktifan sebagai parameter kunci penentu stabilitas sistem, serta penerapannya pada konteks dua partai yang saling bersaing secara langsung.

2. METODE

Penelitian ini merupakan studi teoretis yang berbasis pada tinjauan pustaka, dengan menghimpun data dari berbagai literatur seperti jurnal ilmiah, buku, serta referensi relevan lainnya. Untuk menjawab rumusan masalah yang telah ditetapkan, penelitian ini dilakukan melalui rangkaian tahapan sistematis sebagai berikut:

1. Menentukan fokus penelitian pada pemodelan matematika terkait dinamika penyebaran dua partai politik
2. Mengumpulkan teori-teori ilmu politik yang relevan dengan masalah yang sedang dikaji.
3. Merumuskan asumsi-asumsi logis serta menetapkan variabel dan parameter kunci yang berfungsi sebagai fondasi dalam penyusunan dan analisis model.
4. Membentuk model matematika penyebaran dua partai politik
5. Melakukan analisis terhadap model matematika yang dibentuk
6. Menginterpretasikan hasil analisis model matematika penyebaran dua partai politik.
7. Menyimpulkan hasil analisis yang telah dilakukan guna menjawab permasalahan penelitian secara menyeluruh.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Model Matematika Penyebaran Dua Partai Politik

Dalam pembentukan model penyebaran dua partai politik, populasinya akan dikelompokkan menjadi beberapa yaitu:

- V : Kelompok individu pemilih umum yang belum berafiliasi dengan partai politik manapun (orang)
- B : Kelompok individu yang memilih partai B (orang)
- C : Kelompok individu yang memilih partai C (orang)

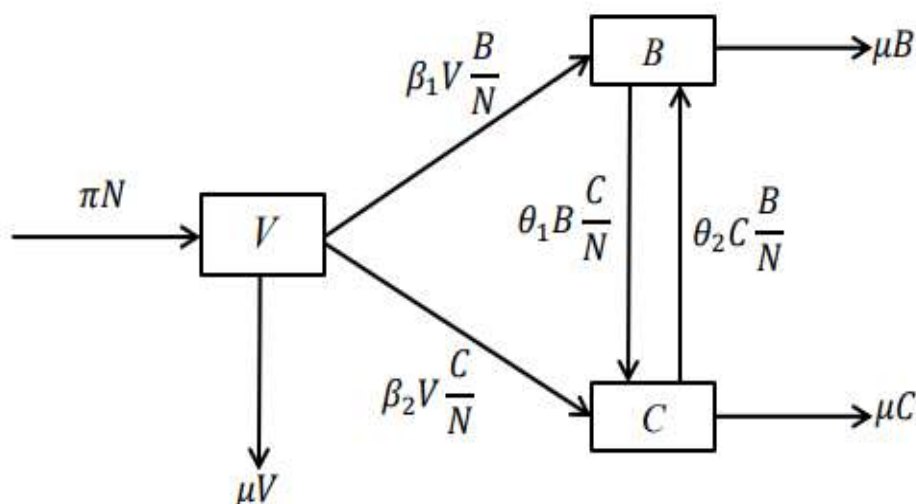
Penyusunan model matematika penyebaran dua partai politik ini didasarkan pada sejumlah asumsi berikut:

- a. Populasi tertutup, yang berarti tidak terjadi perpindahan individu baik melalui proses imigrasi maupun emigrasi selama periode pengamatan. Populasi konstan, jumlah individu yang masuk dan keluar dari sistem pemungutan dianggap sama
- b. Adanya individu yang gugur di setiap kelompok, entah itu karena ketidakaktifan, karena sakit, karena menjadi lansia, atau karena kematian.
- c. Seluruh kelompok individu pemilih umum diasumsikan rentan bergabung dengan kedua partai politik karena kedua anggota partai politik menghubungi pemilih dan mencoba meyakinkan mereka untuk bergabung dengan partai mereka atas dasar ideologi partai.
- d. Individu yang telah memilih suatu partai dapat berpindah ke partai yang lain ketika dihubungi oleh anggota partai lain.

Parameter dari model matematika penyebaran dua partai politik adalah sebagai berikut:

- π : Laju individu yang masuk ke dalam daftar pemilih umum.
- μ : Laju individu yang keluar dari sistem karena tidak aktif sebagai pemilih atau meninggal.
- β_1 : Laju individu pemilih umum yang memilih menjadi anggota partai B
- β_2 : Laju individu yang pemilih umum memilih menjadi anggota partai C
- θ_1 : Laju individu anggota partai B yang berpindah menjadi anggota partai C
- θ_2 : Laju individu anggota partai C yang berpindah menjadi anggota partai B

Berdasarkan variabel, asumsi dan parameter di atas, skema model matematika penyebaran dua partai politik dapat ditunjukkan dalam Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Transmisi Model Matematika Penyebaran Dua Partai Politik

Berdasarkan Gambar.1, model matematika penyebaran dua partai politik yang terbentuk jika dalam sistem persamaan diferensial adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{dV}{dt} &= \pi N - \beta_1 V \frac{B}{N} - \beta_2 V \frac{C}{N} - \mu V \\
\frac{dB}{dt} &= \beta_1 V \frac{B}{N} - \theta_1 B \frac{C}{N} + \theta_2 C \frac{B}{N} - \mu B \\
\frac{dC}{dt} &= \beta_2 V \frac{C}{N} + \theta_1 B \frac{C}{N} - \theta_2 C \frac{B}{N} - \mu C
\end{aligned} \tag{1}$$

dengan $N = V + B + C$. Perpindahan bersih anggota akan berasal dari partai B ke partai C, sehingga dapat dimisalkan dengan $\theta_1 - \theta_2 = \theta$, serta tanpa menghilangkan esensinya, kita dapat berasumsi bahwa nilai $\theta > 0$. Kemudian persamaan akan disederhanakan dengan mengintroduksi variabel proporsi baru yaitu:

$$v = V/N, \quad b = B/N, \quad c = C/N$$

Berdasarkan definisi tersebut, diperoleh sistem yang lebih sederhana sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{dv}{dt} &= \pi - \beta_1 vb - \beta_2 vc - \mu v \\
\frac{db}{dt} &= \beta_1 vb - \theta bc - \mu b \\
\frac{dc}{dt} &= \beta_2 vc + \theta bc - \mu c
\end{aligned} \tag{2}$$

Oleh karena $v = \frac{V}{N} = \frac{N-B-C}{N} = 1 - b - c$, sehingga dapat ditulis kembali sistem persamaan menjadi dua persamaan :

$$\frac{db}{dt} = \beta_1(1 - b - c)b - \theta bc - \mu b \tag{3}$$

$$\frac{dc}{dt} = \beta_2(1 - b - c)c + \theta bc - \mu c \tag{4}$$

3.2. Analisis Model Matematika Penyebaran Dua Partai Politik

3.2.1. Titik Keseimbangan Model

Titik tetap sistem ditentukan dengan menetapkan nilai nol pada setiap persamaan diferensial, sehingga menghasilkan hubungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\beta_1(1 - b - c)b - \theta bc - \mu b &= 0 \\
\beta_2(1 - b - c)c + \theta bc - \mu c &= 0
\end{aligned}$$

Melalui penyederhanaan aljabar, seluruh kemungkinan titik ekuilibrium yang dapat terbentuk dari sistem tersebut adalah:

- $b = 0$
- $(\beta_1(1 - b - c) - \theta c - \mu) = 0$
- $c = 0$
- $(\beta_2(1 - b - c) + \theta b - \mu) = 0$

Oleh karena itu, model matematika penyebaran dua partai politik ini menghasilkan empat kemungkinan titik tetap yang merepresentasikan kondisi keseimbangan sistem, yaitu:

- $E_0 = (0, 0)$
- $E_1 = \left(1 - \frac{\mu}{\beta_1}, 0\right)$
- $E_2 = \left(0, 1 - \frac{\mu}{\beta_2}\right)$
- $E_3 = \left(\frac{\mu(\beta_1 - \beta_2) - \theta(\beta_2 - \mu)}{\theta(\beta_1 - \beta_2 + \theta)}, \frac{\theta(\beta_1 - \mu) - \mu(\beta_1 - \beta_2)}{\theta(\beta_1 - \beta_2 + \theta)}\right)$

Mengingat kemunculan titik tetap ini bersifat kondisional, maka dilakukan klasifikasi syarat parameter. Hal ini dilakukan agar menjamin bahwa titik-titik bernilai positif dan tetap ada. Klasifikasi titik-titik tetap tersebut dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Klasifikasi Syarat Titik Tetap

Titik Tetap	Syarat Nilai Parameter			
	μ	β_1	β_2	θ
E_0	Tanpa Syarat	Tanpa Syarat	Tanpa Syarat	Tanpa Syarat
E_1	$\mu > 0$	$\beta_1 > \mu$	Tanpa Syarat	Tanpa Syarat
E_2	$\mu > 0$	Tanpa Syarat	$\beta_2 > \mu$	Tanpa Syarat
E_3	$\mu = 1$	$\beta_1 > \beta_2$	$\beta_2 > 1$	$\frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_1 - 1} < \theta < \frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_2 - 1}$

Titik kesetimbangan E_0 akan selalu muncul dalam kondisi apapun, tanpa terpengaruh oleh nilai parameter tertentu.

3.2.2. Kestabilan Titik Kesetimbangan

Untuk menentukan kriteria kestabilan, matriks Jacobi dibentuk berdasarkan sistem persamaan (3) dan (4), yang kemudian diikuti dengan perhitungan nilai eigen sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \beta_1(1 - 2b - c) - \theta c - \mu & -\beta_1 b - \theta b \\ -\beta_2 + \theta c & \beta_2(1 - b - 2b) + \theta b - \mu \end{bmatrix}$$

Sebuah titik tetap disebut stabil asimtotik apabila semua nilai eigen dari matriks Jacobi pada titik tersebut memiliki nilai negatif. Selanjutnya, pemeriksaan stabilitas akan diterapkan pada keempat titik tetap yang telah ditemukan sebelumnya.

1. Kestabilan titik tetap bebas politik (E_0)

Dengan cara mensubstitusikan titik tetap $E_0 = (0, 0)$ pada matriks di atas, maka diperoleh persamaan karakteristiknya yaitu $(\lambda - \beta_1 + \mu)(\lambda - \beta_2 + \mu) = 0$. Sehingga bisa ditentukan nilai eigen dari persamaan karakteristik tersebut adalah $\lambda_1 = \beta_1 - \mu$ dan $\lambda_2 = \beta_2 - \mu$. Hal ini berarti $\lambda_1 > 0$ dan $\lambda_2 > 0$ menandakan $E_0 = (0, 0)$ tidak stabil karena nilai eigen dari titik tetap E_0 bernilai positif.

2. Kestabilan titik tetap partai tunggal B (E_1)

Dengan cara mensubstitusikan titik tetap $E_1 = (1 - \mu/\beta_1, 0)$ pada matriks, diperoleh persamaan karakteristik $(\lambda + \beta_1 - \mu)(\lambda - \frac{\beta_2\mu}{\beta_1} - \theta + \frac{\theta\mu}{\beta_1} + \mu) = 0$. Maka didapat nilai eigen yaitu $\lambda_1 = -(\beta_1 - \mu)$ bernilai negatif dan $\lambda_2 = \frac{\theta(\beta_1 - \mu) - \mu(\beta_1 - \beta_2)}{\beta_1}$ bernilai positif karena adanya syarat dari titik tetap E_3 yaitu $\theta(\beta_1 - \mu) - \mu(\beta_1 - \beta_2) > 0$, sehingga hal ini menyebabkan titik tetap $E_1 = (1 - \mu/\beta_1, 0)$ tidak stabil. Hal ini menunjukkan bahwa partai politik B memiliki anggota, namun partai politik C tidak sama sekali.

3. Kestabilan titik tetap partai tunggal C (E_2)

Dengan cara mensubstitusikan titik tetap $E_2 = (0, 1 - \mu/\beta_2)$ pada matriks, dihasilkan persamaan karakteristiknya yaitu $(\lambda - \frac{\beta_1\mu}{\beta_2} + \theta - \frac{\theta\mu}{\beta_2} + \mu)(\lambda + \beta_2 - \mu) = 0$, sehingga nilai eigen yang diperoleh adalah yaitu $\lambda_1 = \frac{\mu(\beta_1 - \beta_2) - \theta(\beta_2 - \mu)}{\beta_2}$, bernilai positif karena adanya titik tetap E_3 yang memiliki syarat bahwa $\mu(\beta_1 - \beta_2) - \theta(\beta_2 - \mu) > 0$ dan $\lambda_2 = -(\beta_2 - \mu)$ yang bernilai negatif. Maka titik tetap tunggal E_2 tidak stabil.

4. Kestabilan titik tetap koeksistensi (E_3)

Dengan cara mensubstitusikan titik tetap $E_3 = (\frac{\mu(\beta_1 - \beta_2) - \theta(\beta_2 - \mu)}{\theta(\beta_1 - \beta_2 + \theta)}, \frac{\theta(\beta_1 - \mu) - \mu(\beta_1 - \beta_2)}{\theta(\beta_1 - \beta_2 + \theta)})$ ke dalam matriks $J(E_3) = \begin{bmatrix} -\beta_1 b^* & -(\beta_1 + \theta)b^* \\ -(\beta_2 - \theta)c^* & -\beta_2 c^* \end{bmatrix}$, dimana $b^* = \frac{\mu(\beta_1 - \beta_2) - \theta(\beta_2 - \mu)}{\theta(\beta_1 - \beta_2 + \theta)}$ dan $c^* = \frac{\theta(\beta_1 - \mu) - \mu(\beta_1 - \beta_2)}{\theta(\beta_1 - \beta_2 + \theta)}$. Karena hasil matriks dari persamaan ini lebih sulit untuk dihitung,

maka untuk mengevaluasi stabilitas titik tetap kedua partai akan digunakan kondisi stabil [10] yaitu:

- $1 + \text{tr}(J(E_3)) + \det(J(E_3)) > 0$
- $1 - \text{tr}(J(E_3)) + \det(J(E_3)) > 0$
- $1 - \det(J(E_3)) > 0$

dimana $\text{tr}(J(E_3))$ dan $\det(J(E_3))$ merupakan jejak dan determinan dari matriks Jacobi pada titik $E_3(b^*, c^*)$, sehingga diperoleh,

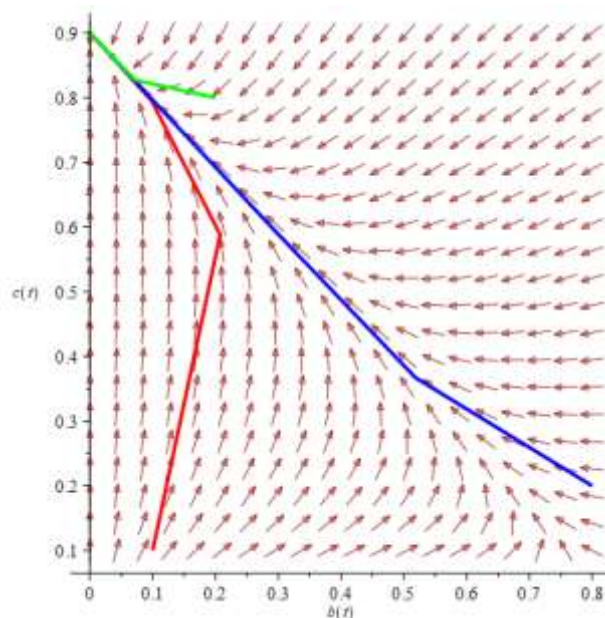
- $\text{tr}(J(E_3)) = -(\beta_1 b^* + \beta_2 c^*)$ bernilai negatif, sehingga nilai eigen bernilai negative.
- $\det(J(E_3)) = \theta(\beta_1 - \beta_2 + \theta^2)b^*c^*$ yang positif karena $\beta_1 > \beta_2$. Determinan positif ini menunjukkan bahwa hasil perkalian dari *eigenvalue* matriks $J(E_3)$ adalah positif.

Karena trace-nya negatif dan determinannya positif, nilai eigen matriks $J(E_3)$ akan memiliki tanda negatif atau bagian real negatif. Hal ini menjelaskan bahwa titik ekuilibrium $E_3(b^*, c^*)$ bernilai stabil asimtotik. Hasil ini konsisten dengan model persaingan politik yang menunjukkan bahwa koeksistensi dapat tercapai jika laju perekrutan dan perpindahan pemilih memenuhi keseimbangan tertentu [6, 11].

3.2.3. Simulasi Model

Analisis stabilitas titik tetap pada model penyebaran dua partai politik ini dilakukan melalui simulasi *phase portrait* dan trayektori dengan berbagai variasi nilai awal. Hasil visualisasi menunjukkan arah vektor yang konvergen menuju titik tetap dalam jangka waktu tertentu, yang membuktikan eksistensi dan stabilitas titik tersebut. Jika seluruh trayektori dari berbagai nilai awal menuju satu titik yang sama, maka titik tersebut dikategorikan sebagai stabil asimtotik.

- Untuk $\mu > 0, \beta_1 > \mu, \beta_2 > \mu, \theta$ tanpa syarat, akan dilakukan simulasi dengan parameter $\mu = 0.2, \beta_1 = 1.5, \beta_2 = 2.0, \theta = 0.5$. Kombinasi parameter tersebut memunculkan tiga titik tetap dalam model, yang terdiri dari: $(0,0), (0.8667, 0), (0,0.9000)$. Selanjutnya, kestabilan titik tetap dapat diamati melalui *phase portrait* dan lintasan *trayektori*.

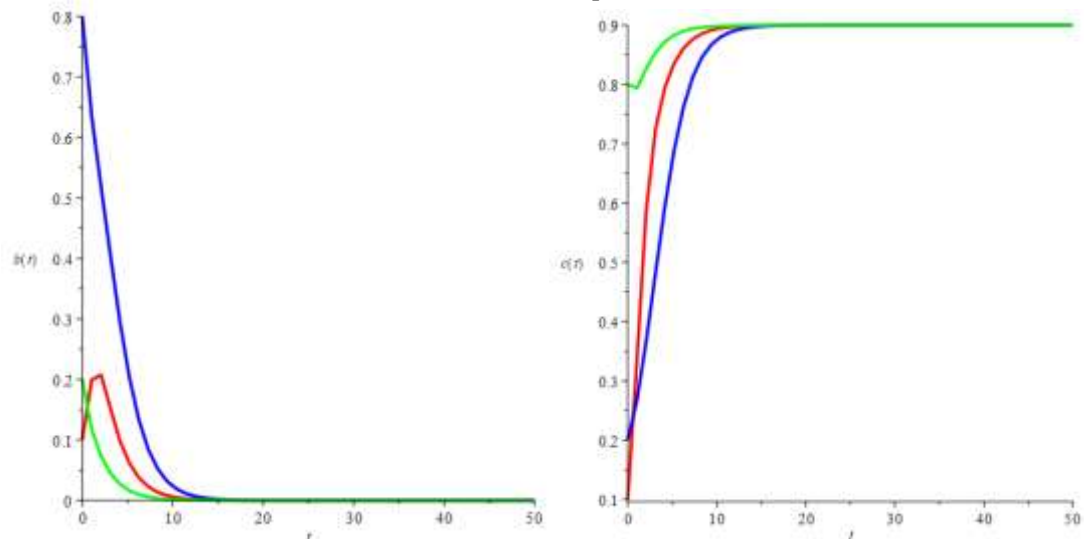


Gambar 2. Phaseportrait untuk kasus $\mu > 0, \beta_1 > \mu, \beta_2 > \mu$

Dari Gambar 2 dapat dilihat bahwa semua nilai menuju ke satu titik, yaitu titik $(0, 0.900)$, yang menyebabkan kondisi stabil pada titik tersebut, sehingga membuktikan bahwa E_2 stabil

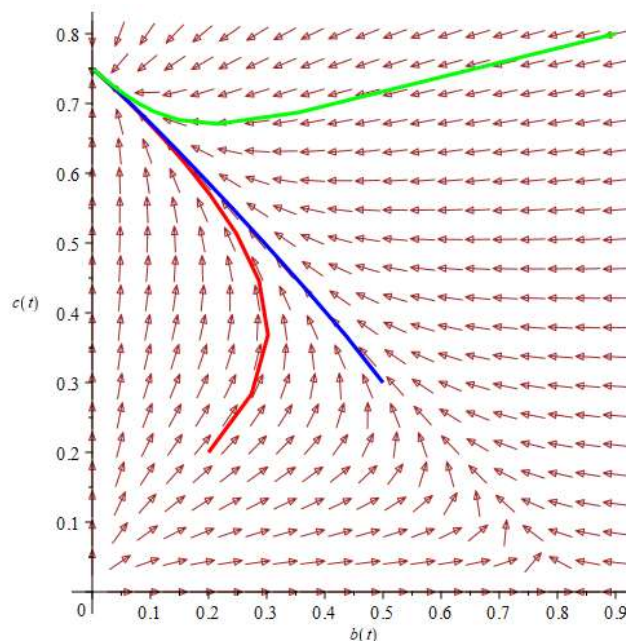
pada kondisi $\mu > 0$, $\beta_1 > \mu$, $\beta_2 > \mu$. Secara politik, ini menjelaskan bahwa Partai C mendominasi sistem, dengan proporsi pemilih yang lebih besar dibandingkan dengan Partai B. Dengan kata lain, meskipun terdapat dinamika dalam perpindahan pemilih, pada akhirnya mayoritas pemilih akan lebih condong mendukung Partai C, sementara Partai B kehilangan dukungan secara signifikan. Trayektorinya dapat dilihat pada Gambar 3.

Dari Gambar 3 dapat dilihat bahwa sistem akan stabil dengan mayoritas pemilih memilih partai C, sementara partai B tidak dapat mempertahankan basis pemilihnya dalam jangka panjang. Hal ini menegaskan pentingnya strategi politik yang lebih efektif bagi partai B agar dapat bersaing dalam sistem pemilihan yang kompetitif.



Gambar 3. Trayektori pada kasus $\mu > 0, \beta_1 > \mu, \beta_2 > \mu$

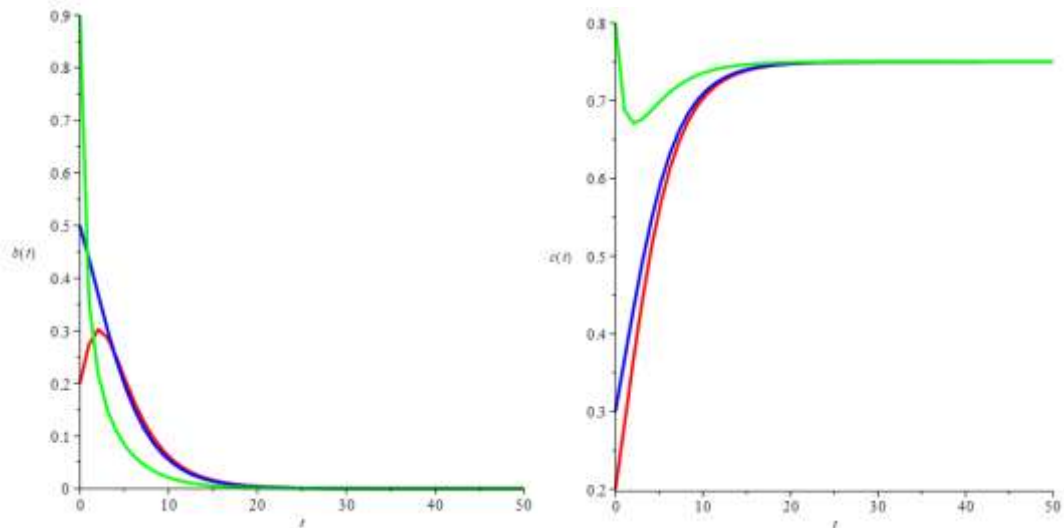
- b. Untuk kondisi jika $\mu > 0$, $\beta_1 > \beta_2$, $\beta_2 > \mu$ dan θ tanpa syarat. Akan dilakukan simulasi dengan parameter $\mu = 0.2$, $\beta_1 = 1.2$, $\beta_2 = 0.8$, $\theta = 0.5$. Pada kondisi ini, terdapat tiga titik tetap yaitu $(0,0)$, $(0.8333, 0)$, $(0,0.7500)$. Meskipun laju perekrutan partai B lebih besar dari partai C, partai C tetap lebih unggul. Stabilitas dari titik tetap ini diperlihatkan oleh *phase portrait* pada Gambar 4 dan trayektori pada Gambar 5.



Gambar 4. Phasepotrait pada kasus $\mu > 0, \beta_1 > \beta_2, \beta_2 > \mu$

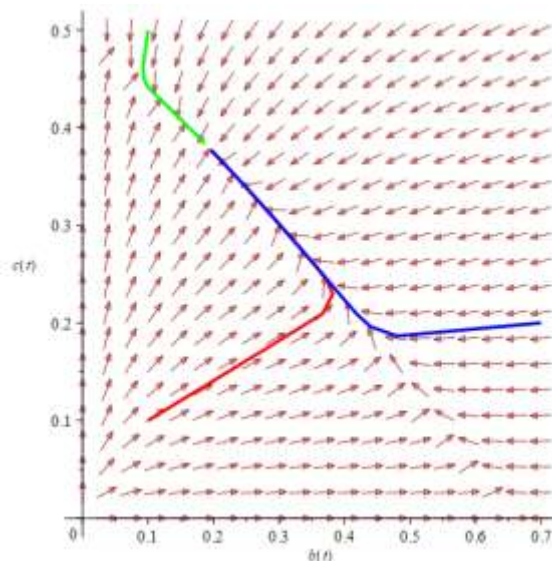
Dari Gambar 4 dapat dilihat bahwa seluruh lintasan dari berbagai variasi nilai awal berkonvergensi menuju satu titik yang sama yaitu titik $(0.000, 0.7500)$ sehingga terbukti bahwa titik E_2 stabil pada kondisi ini. Hal ini menggambarkan bahwa partai C berhasil mempertahankan dominasi pemilih, sementara partai B kehilangan pendukung signifikan. Trayektori untuk situasi ini dapat dilihat pada Gambar 5.

Hasil pada Gambar 5 menunjukkan bahwa dalam situasi di mana laju perekrutan pemilih oleh Partai B lebih besar dibandingkan dengan Partai C, tetapi masih berada dalam batas tertentu, Partai C tetap memiliki keunggulan dalam mempertahankan pemilihnya.



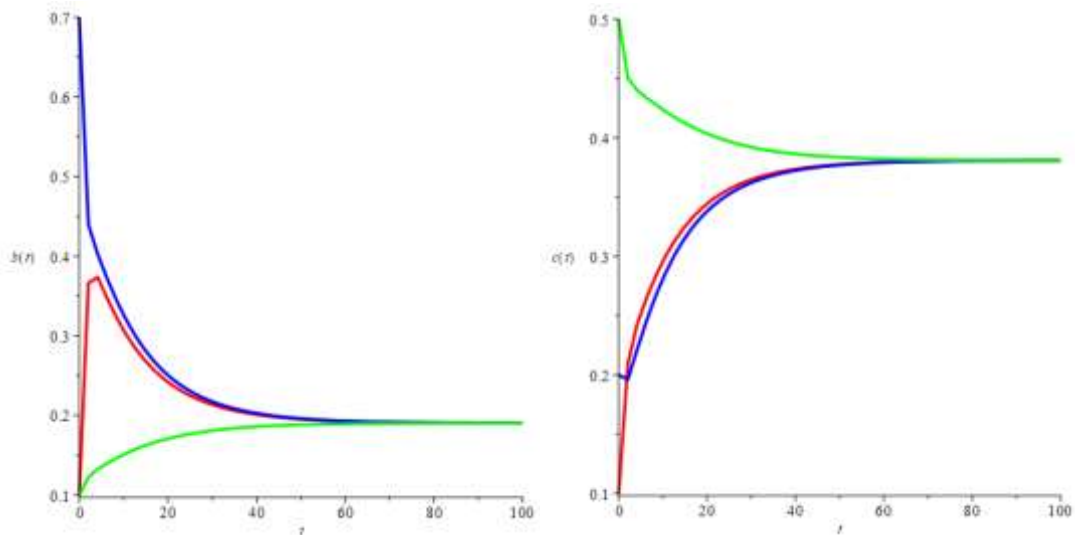
Gambar 5. Trayektori pada kasus $\mu = 0, \beta_1 > \beta_2, \beta_2 > \mu$

- c. Untuk kondisi jika $\mu = 1, \beta_1 > \beta_2, \beta_2 > 1$ dan $\frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_1 - 1} < \theta < \frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_2 - 1}$, akan dilakukan simulasi dengan parameter $\mu = 1, \beta_1 = 3.0, \beta_2 = 2.0, \theta = 0.75$ pada kondisi ini, terdapat empat titik tetap yang muncul yaitu: $(0,0), (0.6667, 0), (0,0.5000), (0.1947, 0.3809)$. Dinamika ini diperlihatkan *phase portrait* kasus ini pada Gambar 6 dan trayektorinya pada Gambar 7.



Gambar 6. Phasepotrait $\mu = 1, \beta_1 > \beta_2, \beta_2 > 1$ dan $\frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_1 - 1} < \theta < \frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_2 - 1}$

Gambar 6 menunjukkan bahwa seluruh lintasan yang berasal dari berbagai nilai awal berkonvergensi menuju satu titik yang sama. Fenomena ini mengindikasikan adanya kestabilan asimtotik pada titik tetap titik $(0.1947, 0.3809)$ sehingga terbukti bahwa titik E_3 stabil pada kondisi $\mu = 1$, $\beta_1 > \beta_2$, $\beta_2 > 1$ dan $\frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_1 - 1} < \theta < \frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_2 - 1}$. Hasil ini menunjukkan bahwa sistem politik akan mencapai kondisi keseimbangan di mana Partai B dan Partai C berbagi proporsi pemilih dengan perbandingan tertentu, dan tidak ada partai yang mendominasi secara mutlak. Hasil ini sejalan dengan temuan dalam model epidemiologi politik di mana koeksistensi memerlukan laju transisi yang berada dalam interval tertentu [5, 12].



Gambar 7. Trayektori untuk kasus $\mu = 1$, $\beta_1 > \beta_2$, $\beta_2 > 1$ dan $\frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_1 - 1} < \theta < \frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_2 - 1}$

Gambar 7 memperlihatkan bahwa masing-masing trayektori dari $b(t)$ dan $c(t)$ untuk nilai awal berbeda mendekati titik kesetimbangan setelah beberapa waktu. Hal ini menggambarkan perubahan proporsi pemilih pada partai politik awalnya cukup dinamis, namun dalam jangka panjang akan mencapai kondisi stabil.

3.3 Interpretasi

Model matematika penyebaran dua partai politik menghasilkan empat titik tetap yaitu titik tetap E_0 , E_1 , E_2 , E_3 . Titik E_3 akan selalu stabil yang berarti ada individu yang memilih kedua partai. Bahwa sistem akan cenderung menuju kondisi koeksistensi di mana kedua partai memiliki proporsi pemilih yang seimbang, bergantung pada laju perekrutan (β_1 , β_2) dan laju perpindahan antarpartai (θ). Sensitivitas sistem terhadap nilai awal dan parameter ini mengindikasikan pentingnya strategi politik yang adaptif, terutama dalam mempengaruhi pemilih umum (V) yang merupakan kelompok rentan [13].

4. KESIMPULAN

Model matematika penyebaran dua partai politik menggunakan model persamaan diferensial yang menyerupai model epidemiologi. Dalam model ini, masyarakat dibagi menjadi tiga kelompok: pemilih umum, pemilih partai B, dan pemilih partai C. Hasil analisis menunjukkan terdapat empat titik kesetimbangan, namun hanya satu yang stabil secara asimtotik, yaitu titik di mana kedua partai memiliki proporsi pemilih. Simulasi menunjukkan bahwa kestabilan sistem sangat dipengaruhi oleh laju perpindahan pemilih dan faktor ketidakaktifan. Hasil ini mengindikasikan bahwa distribusi dukungan politik dalam masyarakat dapat dipahami dan diprediksi secara matematis, sehingga memberikan landasan teoretis bagi analisis stabilitas sistem politik.

REFERENSI

- [1] Baron, J. W., Peralta, A. F., Galla, T., & Toral, R. Analytical and numerical treatment of continuous ageing in the voter model. *Entropy*, 24(10), 1331. 2022.
- [2] Tiwari, M., Yang, X., & Sen, S. Modeling the nonlinear effects of opinion kinematics in elections. *Physica A*, 582, 126259. 2021.
- [3] M. Budiardjo, *Dasar-Dasar Ilmu Politik*. Jakarta, Indonesia: Gramedia Pustaka Utama, 2003.
- [4] Asamoah, J. K. K. A fractional-order model of the dynamics of the electorate in a multi-party democracy. *Scientific African*, 27, e02499. 2025.
- [5] A. K. Misra, "A simple mathematical model for the spread of two political parties," *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, vol. 17, no. 3, hal. 343-354, 2012.
- [6] V. G. Tsybulin dan Z. K. Khosaeva, "Mathematical model of political differentiation under social tension," *Computer Research and Modeling*, vol. 11, no. 5, hal. 999-1012, 2019.
- [7] Widowati dan Sutimin, *Buku Ajar Pemodelan Matematika*. Semarang, Indonesia: Universitas Diponegoro, 2007.
- [8] M. Z. Ndi, *Pemodelan Matematika*. Pekalongan, Indonesia: PT. Nasya Expanding Management, 2022.
- [9] Karmeshu dan Y. Takeuchi, "Dynamic model of three competing social groups," *International Journal of Systems Science*, vol. 20, no. 6, hal. 921-930, 1989.
- [10] T. Pua, *Attractors, Bifurcations, & Chaos: Nonlinear Phenomena in Economics*. New York, NY, USA: Springer, 2003.
- [11] R. J. Johnston dan A. M. Hay, "Voter transition probability estimates: An entropy-maximizing approach," *European Journal of Political Research*, vol. 11, no. 1, hal. 93-105, 1983.
- [12] B. Yong dan F. Kristiani, "Model matematika untuk dinamika penyebaran pemilih pada pemilihan umum presiden di Indonesia," *Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat UNPAR*, Bandung, Indonesia, 2018.
- [13] P. A. Johnson, "The dynamics of partisan competition: A mathematical model," *Journal of Theoretical Politics*, vol. 25, no. 3, hal. 345-367, 2013.